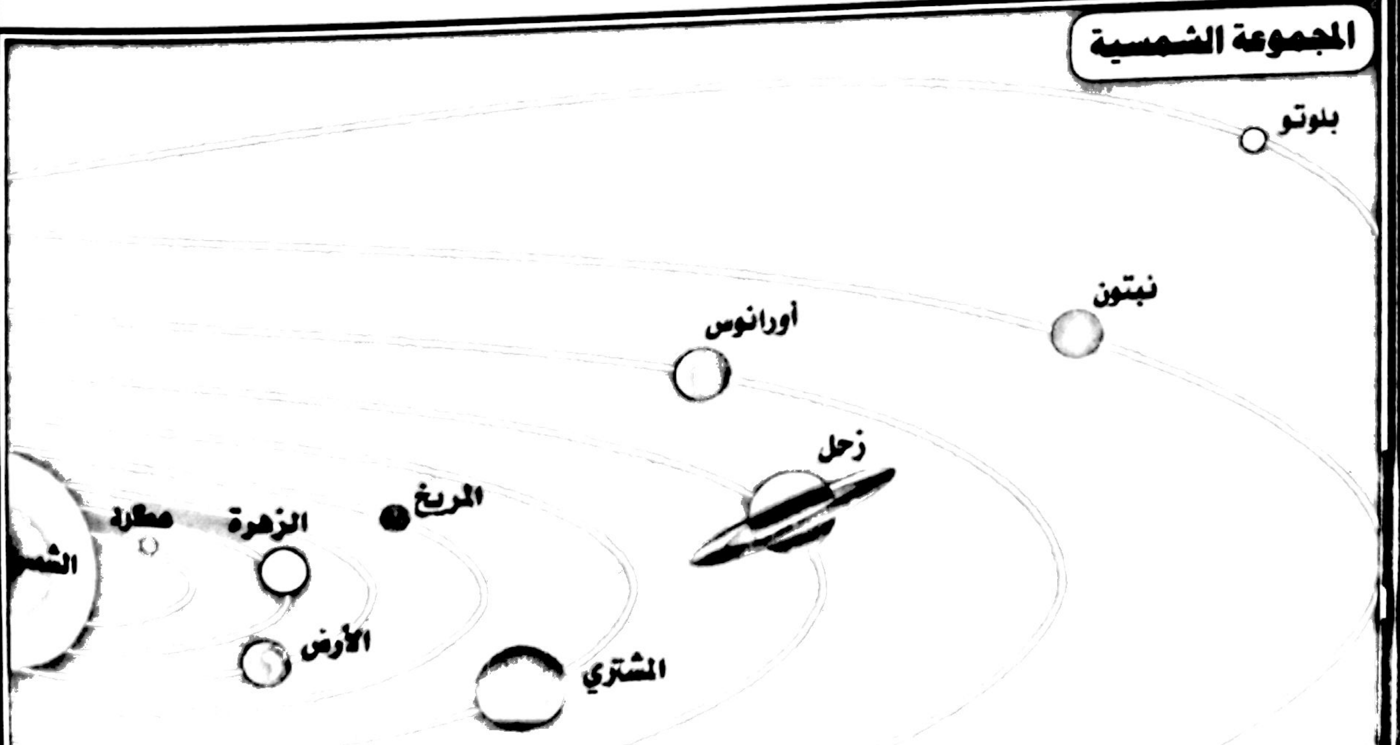
الوحدة الخامسة

تطور جملة ميكانيكية



الوحدة رقم 05:
تطور جملة ميكانيكية

الملخص:

1. ملخص لبعض المفاهيم:

1.1. الجملة الميكانيكية:

.هي جسم أو جزء من جسم أو مجموعة من الأجسام.
.تحديد الجملة يسمح بتصنيف القوى إلى داخلية أو خارجية أو غير مطبقة عليها.
.يسمح تحديد الجملة بالتطبيق السليم لقوانين الميكانيك (قوانين نيوتن، نظريات الطاقة.....).
.يمكن أن تكون صلبة أو سائلة أو غازية أو خليط.
.يمكن أن تكون بكتلة معتبرة أو مهملة.
.الجملة الميكانيكية المعزولة لا تؤثر عليها أي قوة خارجية، أما الجملة الشبه المعزولة خاضعة لعدة قوى محصلتها معدومة.

2.1. القوة: خصائصها:

.سبب لتغيير شكل الجسم أو تغيير حالته الحركية أي اكتسابه تسارعا.
.تساهم القوى في توازن الجسم و في تماسكه (مثل القوى الداخلية) أو في تغيير طبيعته (مثل القوى النووية الضعيفة).
.القوة مقدار شعاعي لها نقطة تأثير وحامل و جهة و شدة. شدتها تقاس بطرق مختلفة (الربائع ،قوانين نيوتن أو نظريات الطاقة)، وحدة شدتها النيوتن N.
.تصنيف القوى وفق طبيعتها إلى:قوة جاذبية،قوة كهرومغناطيسية وقوة نووية قوية وقوة نووية ضعيفة.

3.1. مفهوم الحركة:

الحركة نسبية، أي أن الأجسام لا تتحرك إلا بالنسبة لأجسام أخرى.إذن لدراسة حركة جسم يجب اختيار جسم مرجعي، ولتحديد موضع المتحرك في لحظة زمنية معينة t، يجب اختيار معلم للفضاء و معلم للزمن مرتبطين بالجسم المرجعي.

4.1. المسار:

هو مجموعة المواضع المتتالية التي يشغلها المتحرك، و يمكن أن يكون مستقيما أو دائريا أو منحنيا.

5.1. أنواع المعالم العطالية:

المستعملة كثيرا في الميكانيك هي:

1.المعلم الهيليومركزي: (Référentiel Héliocentrique) ويسمى أيضا معلم كوبرنيك (Copernic). اسمه مشتق من الكلمة (Hélios) التي تعني الشمس باليونانية، هو معلم ذو ثلاثة محاور موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها تقريبا ساكنة بالنسبة للشمس خلال مدة طويلة (قرون)، ومبدأه مركز النظام الشمسي (يمكن اعتباره مركز الشمس). يعتبر هذا المعلم معلما عطاليا إلى حد كبير، ويعتمد عليه في دراسة حركة الكواكب و المذنبات، وبعض المركبات الفضائية.

2ـ المعلم المركزي الأرضي:(Référentiel géocentrique)

هو معلم مبدأه مركز الأرض، ومحاوره موازية لمحاور المعلم الشمسي أي موجهة لنفس النجوم (معناه أنها لا تدور مع دوران الأرض). وهو عطالي بكفاية لدراسة حركة القمر و الأقمار الصناعية التي تدور حول الأرض، وبعض الحركات الأرضية.

3ـ المعلم السطحي الأرضي:(Référentiel terrestre)

وهو معلم مرتبط بسطح الأرض (ركن مخبر مثلا، شجرة، رصيف...)، وهو عطالي بكفاية لدراسة معظم الحركات التي ندرسها خلال مدة زمنية قصيرة جدا أمام دوران الأرض حول نفسها.

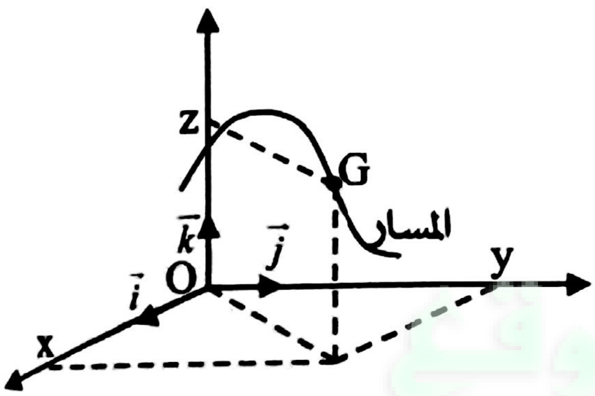
2ـ قوانين نيوتن الثلاثة:

1.2ـ شعاع الموضع:

في معلم ديكارتي $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ عبارة شعاع الوضع $\overrightarrow{OG}$ هي:

$$\overrightarrow{OG}=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$$

وطويلته هي: $\left\|\overrightarrow{OG}\right\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$



2.2ـ شعاع السرعة اللحظية:

ـ عبارة شعاع السرعة اللحظية هي:

$$\overrightarrow{v_G}=\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}=\frac{dx(t)}{dt}\vec{i}+\frac{dy(t)}{dt}\vec{j}+\frac{dz(t)}{dt}\vec{k}$$

أي: $\overrightarrow{v_G}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}$

ـ طويلته هي: $\left\|\overrightarrow{v_G}(t)\right\|=v_G(t)=\sqrt{v_x^2(t)+v_y^2(t)+v_z^2(t)}$

ـ **ملاحظة:** من خلال التسجيلات الحركية تحسب شدة السرعة بالعلاقة: $v_i=\frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\theta}$

3.2ـ شعاع التسارع اللحظي:

ـ عبارة شعاع التسارع هي: $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dx(t)}{dt}\vec{i}+\frac{dy(t)}{dt}\vec{j}+\frac{dz(t)}{dt}\vec{k}\right)$

وعليه: $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2x(t)}{dt^2}\vec{i}+\frac{d^2y(t)}{dt^2}\vec{j}+\frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$

أي: $\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$

ـ طويلته هي: $\left\|\overrightarrow{a_G}(t)\right\|=a_G(t)=\sqrt{a_x^2(t)+a_y^2(t)+a_z^2(t)}$

قانون نيوتن الأول: مبدأ العطالة

4.2 قانون نيوتن الأول: «لكل جملة معزولة أو شبه معزولة نقطة على الأقل ، تسمى مركز عطالتها، في معلم عطالي تستمر في سكونها إذا كانت ساكنة، أو تكتسب حركة مستقيمة منتظمة بنفس السرعة التي كانت لها لحظة انعدام القوى المؤثرة على الجملة إذا كانت متحركة».

5.2 قانون نيوتن الثاني:

نص القانون الثاني لنيوتن هو :

أ. في حالة نقطة مادية:

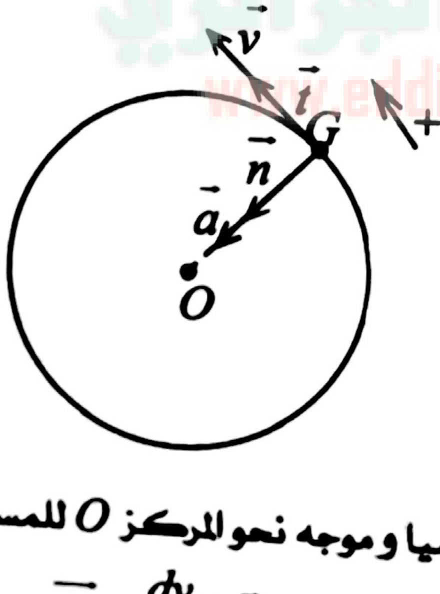
«في معلم عطالي تكتسب نقطة مادية كتلتها m و خاضعة لمجموعة من القوي $\sum \vec{F}$ تسارعا $\vec{a}$ حيث: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ».

ب. في حالة جملة مادية:

« في معلم عطالي تكتسب جملة مادية كتلتها M وخاضعة لقوى خارجية محصلتها $\sum \overrightarrow{F_{ext}}$ تسارعا $\overrightarrow{a_G}$ لمركز عطالتها G وفق العلاقة $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = M\,\overrightarrow{a_G}$ ».

6.2 قانون نيوتن الثالث: مبدأ الفعلين المتبادلين.

«في معلم عطالي عندما تحدث بين جسمين A و B تأثيرات متبادلة، فإنه لما يؤثر الجسم A على الجسم B بقوة $\overrightarrow{F_{A/B}}$ ، فإن الجسم B يؤثر كذلك على الجسم A بقوة $\overrightarrow{F_{B/A}}$ في نفس اللحظة بحيث يكون $\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$»



3. شرح حركة كوكب أو قمر اصطناعي:

1.3. الحركة الدائرية المنتظمة:

1. تعريف: نعتبر جملة مادية مركز عطالتها G، يتحرك مركز عطالة الجملة المادية بحركة دائرية منتظمة إذا كان مساره دائري و سرعته ثابتة الشدة و متغيرة الجهة في كل لحظة.

2. شعاع التسارع:

- في الحركات المنحنية: $\vec{a} = \overrightarrow{a_N} + \overrightarrow{a_T}$.

- في الحركات الدائرية المنتظمة يكون شعاع التسارع ناظميا و موجه نحو المركز O للمسار الدائري، و تعطى عبارته بالعلاقة التالية: $\vec{a} = \overrightarrow{a_N} = \frac{v_G^2}{r}.\vec{n}$ ، لأن: $\overrightarrow{a_T} = \frac{dv_G}{dt}\vec{u} = \vec{0}$.

3. دور الحركة:

تعريف الدور (T) :

هو المدة الزمنية اللازمة لإنجاز دورة كاملة $(2\pi.r)$ ، و عبارته هي: $T = \frac{2\pi r}{v_G}$.

2.3 قانون الجذب العام:

نصه: «كل جسمان كيفيان يتجاذبان بقوة تتناسب مباشرة مع جداء كتلتيهما و عكسا مع مربع المسافة التي تفصلهما».

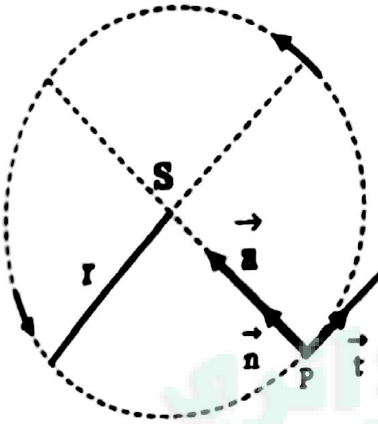
علاقة قوة الجذب العام:

يمكن نمذجة قوة الجذب العام، المتبادلة بين الجسمين A و B كتلتيهما على الترتيب M_A و M_B تفصلهما مسافة d، بعلاقة رياضية تسمح بتحديد شدة هذه القوة بدلالة الكتلتين والمسافة الفاصلة بين مركزي الجسمين: $F_{A/B} = F_{B/A} = G.\dfrac{M_A.M_B}{d^2}$

حيث G ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11} N.m^2/kg^2$.

3.3 الحركة الدائرية المنتظمة للكواكب و الأقمار الاصطناعية:

أ- تسارع الكوكب هو:



- الجملة المدروسة: كوكب (الأرض، عطارد، المريخ....).
- مرجع الدراسة: المرجع الهيليومركزي.
- القوى: قوة الجذب العام $\vec{F}_{s/p}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكوكب (P):

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_{s/p} = m_p \vec{a}_G$$

- بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحور الناظمي $\vec{n}$ نجد:

$$F_{s/p} = m_p a_G \Leftrightarrow G\frac{M_s.m_p}{r^2} = m_p a_n$$ وعليه: $$a_G = a_n = G.\frac{M_s}{r^2}$$

ب- سرعة الكوكب هي:

$$a_G = a_n = \frac{v_G^2}{r} \Leftrightarrow G.\frac{M_s}{r^2} = \frac{v_G^2}{r}$$ ومنه: $$v_G = \sqrt{\frac{G.M_s}{r}}$$

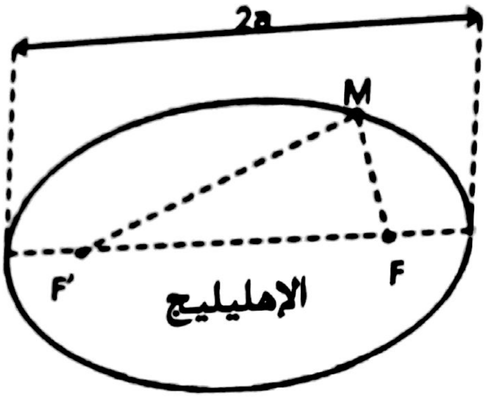
جـ- دور الكوكب هو:

$$T = \frac{2.\pi.r}{v_G} = 2.\pi.r\sqrt{\frac{r}{G.M_s}}$$ ومنه: $$T = \sqrt{\frac{4\pi^2.r^3}{G.M_s}}$$

ملاحظة: لدراسة حركة القمر أو قمر اصطناعي حول الأرض في مرجع جيومركزي، نتبع نفس الخطوات السابقة لدراسة حركة كوكب حول الشمس.

- نقول عن قمر صناعي أنه جيو- مستقر إذا توفرت الشروط التالية:
- الدور المداري للقمر الاصطناعي مساويا للدور الدوراني الذاتي للأرض $(T_0 = 1j = 24h)$.
- أن يكون مسار هذا القمر دائريا و يقع في المستوي الذي يشمل خط الاستواء.
- يوجه مدار القمر في نفس اتجاه دوران الأرض

3. قوانين كبلر:



1. القانون الأول:

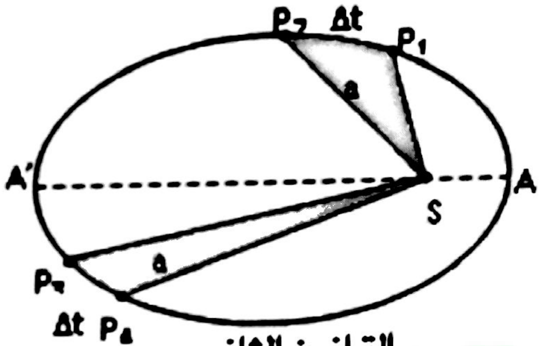
قانون المسارات (1609م).

في المرجع المركزي الشمسي، مسار مركز عطالة الكواكب عبارة عن إهليليج، تقع الشمس في أحد بؤرتيه.

2. القانون الثاني:

قانون المساحات (1609م).

يمسح الشعاع الواصل بين الشمس و الكوكب مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متساوية.



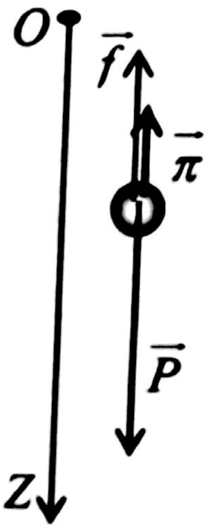
3. القانون الثالث:

قانون الدور الفلكي (1619م).

إن مربع الدور (T) لكوكب خلال حركته حول الشمس يتناسب طردا مع مكعب نصف طول المحور الكبير (a) للمدار الاهليليجي $\frac{T^2}{a^3} = k$.

4. السقوط الشاقولي للأجسام:

يخضع جسم كتلته m و مركز عطالته G أثناء سقوطه في مائع (سائل أو غاز) إلى ثقله $\vec{P}$ و القوتين: $\vec{f}$ قوة الاحتكاك مع المائع و $\vec{\pi}$ دافعة أرخميدس $(\pi = \rho_f V_s .g)$، وهما قوتان معاكستان لقوة ثقل الجسم.



1. المعادلة التفاضلية للحركة:

- الجملة المدروسة هي:

جسم كتلته m و مركز عطالته G (وليكن كرية أو قطعة بوليستار.....).

- القوى الخارجية المطبقة على الجملة هي:

ثقله $\vec{P}$ ودافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ وقوة الاحتكاك $\vec{f}$.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة المدروسة في المعلم السطحي الأرضي (المخبري) و الذي نعتبره غاليليا نجد: $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$.

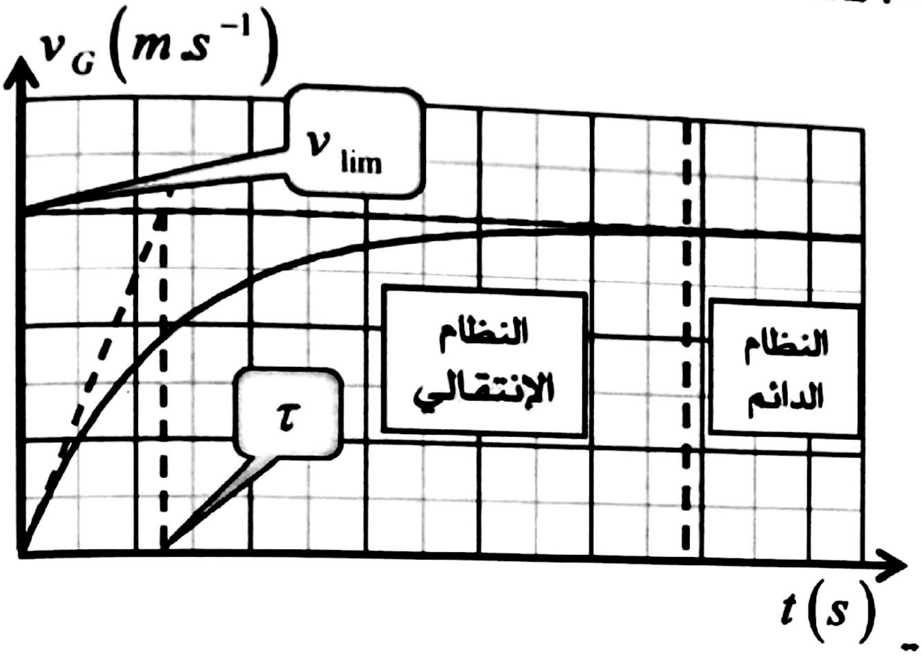
ومنه $\vec{P} + \vec{f} + \vec{\pi} = m\,\vec{a}_G$

- بإسقاط العلاقة وفق المحور الشاقولي $(\overrightarrow{Oz})$ نحصل على $P - f - \pi = m\,a_G$

أ- في حالة $f = k\,v$: المعادلة التفاضلية للحركة هي: $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

ـ المقادير المميزة للحركة:

تمكن الدراسة التجريبية من رسم المنحني الممثل لتغيرات السرعة بدلالة الزمن $v = f(t)$.



ـ السرعة الحدية:

في حالة بلوغ النظام الدائم $\frac{dv}{dt} = 0$ وعليه: $v_{\lim} = \frac{mg}{k}\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

ب ـ في حالة $f = k'v^2$: المعادلة التفاضلية للحركة هي: $\frac{dv}{dt} + \frac{k'}{m}v^2 = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

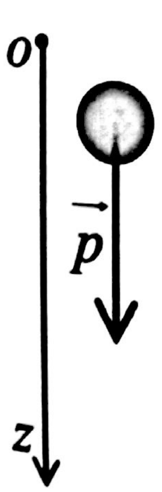
ـ السرعة الحدية:

في حالة بلوغ النظام الدائم $\frac{dv}{dt} = 0$ وعليه: $v_{\lim} = \sqrt{\frac{mg}{k'}\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$

5ـ السقوط الحر للأجسام:

تعريف السقوط الحر:

نقول عن جسم (S) كتلته m، ومركز عطالته G أنه يسقط سقوطا حرا إذا كان خاضعا لقوة ثقله $\overrightarrow{P}$ فقط أثناء حركته.



أـ معادلات الحركة للسقوط الحر:

ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (جسم (S)) في معلم سطحي أرضي و الذي نعتبره غاليليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{a_G}$

ومنه $m.\overrightarrow{g} = m\,\overrightarrow{a_G}$ و بالتالي تسارع السقوط الحر هو: $\overrightarrow{g} = \overrightarrow{a_G}$

و بالإسقاط وفق المحور $(\overline{Oz})$ نجد: $g = a = \frac{dv_G}{dt}$

إذن المعادلة التفاضلية لهذه الحركة هي: $\frac{dv_G}{dt} = g$

.التسارع: $a = g$

.السرعة:

بمكاملة عبارة التسارع بالنسبة للزمن نجد: $v_G = gt + v_0$

.الفاصلة:

بمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن نجد: $z = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0$

ملاحظة: حسب الشروط الإبتدائية (أي عند اللحظة $t = 0$) نحدد x_0 و v_0

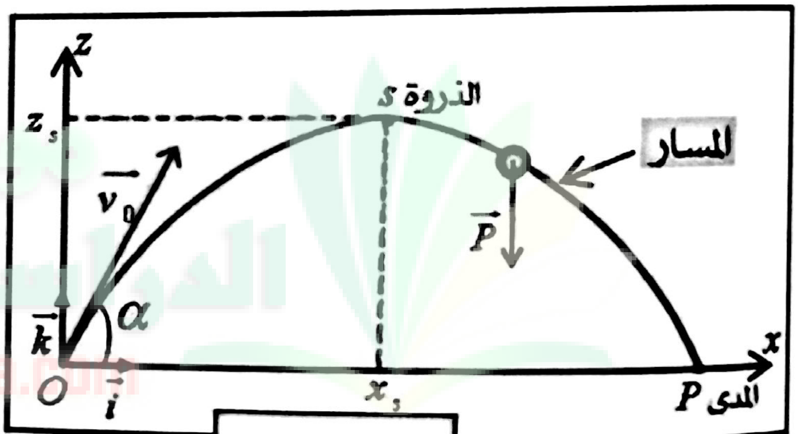
6.دراسة مثال عن حركة قذيفة: (إهمال تأثير الهواء على القذيفة).

ندرس حركة القذيفة في المستوي الشاقولي (Oxz)، نقذف في اللحظة $t = 0s$ جسما كتلته m ومركز عطالته G من مبدأ الإحداثيات بسرعة $\overrightarrow{v_0}$ يصنع حاملها مع المحور $(\overrightarrow{Ox})$ الزاوية α

الشروط الابتدائية لهذا المثال هي $(t = 0)$:

$(x_0 = 0, z_0 = 0)$

$\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \sin\alpha \end{cases}$



الشكل-1

.بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القذيفة في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا، والخاضعة لثقلها فقط نجد: $\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m\overrightarrow{a}_G$ ومنه: $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{a}_G$ نستنتج أن $\overrightarrow{g} = \overrightarrow{a}_G$

.بالإسقاط وفق المحورين $(\overrightarrow{Ox})$ و $(\overrightarrow{Oz})$ نجد:

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = -g \end{cases}$$

وبالمكاملة بالنسبة للزمن نجد:

$$\begin{cases} v_x = v_0.\cos(\alpha) \\ v_z = -gt + v_0.\sin(\alpha) \end{cases}$$

وبالمكاملة مرة اخرى نجد:

$$\begin{cases} x = v_0.\cos(\alpha)t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0.\sin(\alpha)t \end{cases}$$

ملاحظة: بالاعتماد على الشروط الابتدائية (أي عند اللحظة $t = 0$) نحدد x_0 و z_0،

وكذلك مركبتي $\vec{v_0}$.

- معادلة المسار $z = f(x)$:

من العلاقة: $x = v_0.\cos(\alpha)t$ نجد $t = \dfrac{x}{v_0.\cos(\alpha)}$

ثم نعوض في عبارة $z(t)$ نجد معادلة المسار: $z = \dfrac{-g}{2v_0^2.\cos^2(\alpha)}x^2 + \tan(\alpha)x$

- النقاط الخاصة في المسار:

أ- الذروة (s): هي أعلى نقطة تصلها القذيفة، ومن خصائص هذه النقطة أن السرعة وفق المحور $(\overrightarrow{Oz})$ تنعدم $(v_z = 0)$

- ترتيبة الذروة هي: $z_s = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

ب- المدى (P):

هي أكبر مسافة تقطعها القذيفة على المحور $(\overrightarrow{Ox})$ أي هي المسافة OP.

$OP = x_P = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

7- حدود ميكانيك نيوتن:

- طاقة الذرة مكممة أي تأخذ مقادير معينة تتعلق برتبة المدار.

- عبارة طاقة المدار لذرة الهيدروجين هي: $E_n = -\dfrac{13,6}{n^2}$ و تقدر بالإلكترون فولط (eV)

حيث n رتبة المدار $(n = 1, 2, 3, 4, ...)$.

- انتقال الكترون من مدار إلى آخر:

- عند انتقال الإلكترون في الذرة من مدار إلى مدار أخفض، فإن الذرة تصدر طاقة على شكل موجة كهرومغناطيسية (فوتونا) و يدعى بطيف الإصدار.

- عند امتصاص الذرة لطاقة على شكل موجة كهرومغناطيسية فإن الإلكترون يقفز من مدار أخفض إلى مدار أعلى و يدعى بطيف الامتصاص.

- تعطى عبارة طاقة الموجة الكهرومغناطيسية بالعلاقة: $\Delta E = h.\gamma = h\dfrac{c}{\lambda}$

حيث: h: ثابت بلانك $h = 6,62 \times 10^{-34} J.s$.

و γ تواتر الإشعاع الكهرومغناطيسي و يقدر بـ (s^{-1}) أو (Hz)

و λ: طول موجة الإشعاع الكهرومغناطيسي و تقدر بـ (m) و c سرع الضوء و تقدر بـ $(m.s^{-1})$.

تمارين حول:
تطور جملة ميكانيكية

التمرين 01:

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة لكل سؤال:

01. عبارة شدة السرعة $\vec{v}$ في المعلم الكارتيزي $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ هي:

أ. $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$ ب. $v=\sqrt{v_x+v_y+v_z}$ جـ. $v=\left(v_x+v_y+v_z\right)^2$.

02. عبارة التسارع للحركات الدائرية المنتظمة هي:

أ. $a=a_n=\frac{dv}{dt}=0$ ب. $a=a_n=\frac{v^2}{R}$ جـ. $a=a_n=\frac{v}{R^2}$.

03. عبارة الطاقة الحركية لجسم كتلته $2m$ هي:

أ. $E_c=\frac{1}{2}mv^2$ ب. $E_c=mv^2$ جـ. $E_c=\frac{1}{2}mv$.

04. العبارة الشعاعية لقانون نيوتن الثاني المطبق على جملة مادية مركز عطالتها G وكتلتها M هي:

أ. $\sum\vec{F}=M\vec{a}$ ب. $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=M\overrightarrow{a_G}$ جـ. $\sum\vec{F}=M\overrightarrow{a_{ext}}$.

05. ينص قانون كبلر الأول على ما يلي:

أ. إن الكواكب تتحرك وفق مدارات إهليليجية تمثل الشمس إحدى محرقيها.

ب. إن الكواكب تتحرك بسرعة ثابتة على مدارات إهليليجية.

جـ. إن الكواكب تتحرك وفق مدارات إهليليجية تمثل الأرض إحدى محرقيها.

06. عبارة شدة قوة دافعة أرخميدس المطبقة من طرف مائع (غاز، سائل) كتلته الحجمية ρ على جسم مغمور فيه كتلته الحجمية ρ_S وحجمه V هي:

أ. $\pi=\rho V.g$ ب. $\pi=\rho_S V.g$ جـ. $\pi=\rho^2 V.g$.

07. لدراسة حركة الكواكب نختار المعلم التالي:

أ. المعلم السطحي الأرضي. ب. المعلم المركزي الشمسي جـ. المعلم المركزي الأرضي.

08. العبارة الشعاعية لقانون الجذب العام بين جسمين كتلتيهما m_A و m_B، البعد بين مركزيهما R هي:

أ. $\overrightarrow{F_{A/B}}=-\overrightarrow{F_{B/A}}=-G\frac{m_A.m_B}{R^2}\vec{u}$

ب. $\overrightarrow{F_{A/B}}=-\overrightarrow{F_{B/A}}=-G\frac{m_A.m_B}{R}\vec{u}$ جـ. $\overrightarrow{F_{A/B}}=-\overrightarrow{F_{B/A}}=-G\frac{\left(m_A.m_B\right)^2}{R^2}\vec{u}$

09ـ في حركة القذائف، الذروة هي:

أـ أعلى نقطة تصلها القذيفة.

بـ هي النقطة التي تنعدم عندها سرعة القذيفة $\left(v = 0m\ s^{-1}\right)$

جـ هي النقطة التي تنعدم عندها سرعة القذيفة $\left(v_x = 0m\ s^{-1}\right)$

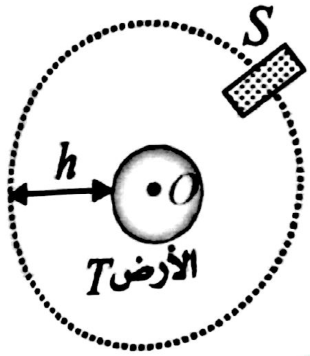
10ـ في حركة القذائف، المدى هو:

أـ النقطة التي يغير الجسم المقذوف عندها سرعته.

بـ هي أعلى نقطة تصلها القذيفة.

جـ أكبر مسافة تقطعها القذيفة على المحور الأفقي.

التمرين 02:



01ـ تم إرسال أول قمر اصطناعي $Giove - A$ للبرنامج $Galiléo$ في 28 ديسمبر 2005، نعتبر القمر الصناعي جسم نقطي S كتلته m لا يخضع إلا لقوة جذب الأرض له، و يرسم مسار دائري على ارتفاع $h = 23600km$ عن سطح الأرض.

1.1ـ مثل كيفيا القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي، ثم أعط عبارة قيمتها.

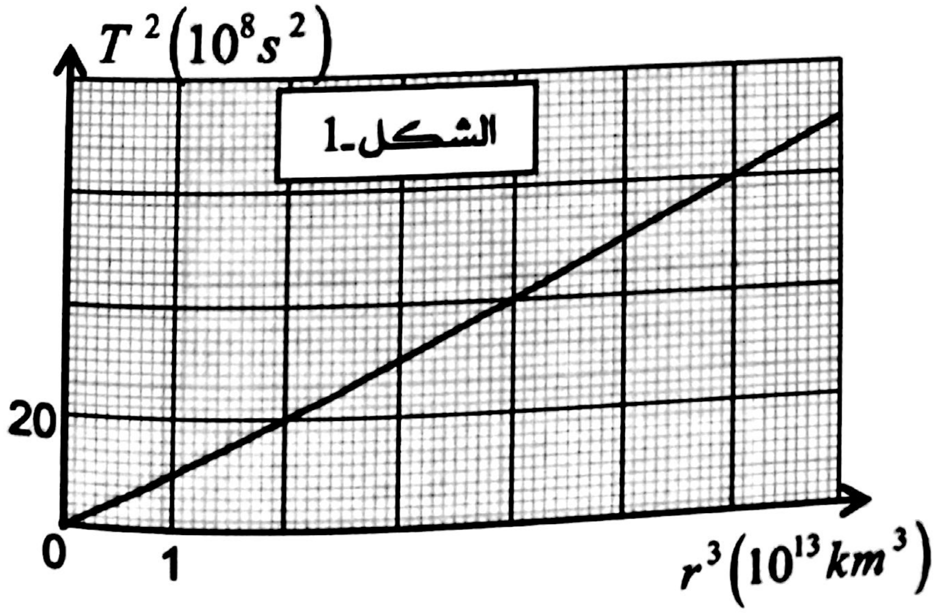
2.1ـ أـ ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة هذا القمر؟

بـ ما هي الفرضية الواجب وضعها على هذا المرجع من أجل تطبيق القانون الثاني لنيوتن؟

3.1ـ بين أن حركة القمر الاصطناعي S دائرية منتظمة.

4.1ـ جد عبارة كل من: السرعة v والدور T لحركة القمر الاصطناعي S بدلالة: h, R_T, M_T و G، ثم استنتج عبارة قانون كبلر الثالث.

02ـ باستعمال برمجية إعلام آلي مناسبة تم رسم البيان $T^2 = f\left(r^3\right)$ المبين في الشكل-1، حيث T دور الحركة و r نصف قطر المسار الدائري للقمر الصناعي.



1.2. جد معادلة البيان، و بين أنه يتوافق مع القانون الثالث لكبلر.
2.2. استنتج كتلة الأرض M_T.
3.2. باستعمال البيان استنتج دور القمر الصناعي *Galiléo*. احسب سرعته.
المعطيات: نصف قطر الأرض: $R_T = 6380km$، ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11}SI$.

التمرين 03:

القمر الاصطناعي $NILSAT\ 102$ هو قمر اصطناعي مصري جيو مستقر، تم إطلاقه يوم 17 اوت 2000، بواسطة الصاروخ الفرنسي $ARIANE\ 4$، تبلغ كتلته $m = 1827kg$ يستعمل في مجال الإتصالات و البث التلفزي، يدور حول مركز الأرض بحركة نعتبرها دائرية منتظمة.

1. أعط تعريفا للمفهومين التاليين: جيو مستقر، الحركة الدائرية المنتظمة.
2. يخضع القمر $NILSAT\ 102$ أثناء حركته إلى قوة جاذبة مركزية تبلغ شدتها $402N$.
أ. أعط رسما تمثل فيه القمر الاصطناعي، الأرض، مسار الحركة، شعاع القوة المؤثرة على القمر من طرف الأرض.
ب. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد عبارة تسارع الحركة. احسب قيمته.
جـ. احسب ارتفاع هذا القمر الاصطناعي عن سطح الأرض.
د. استنتج السرعة المدارية لهذه الحركة.
3. أ. أعط نص قانون كبلر الثالث.
ب. بالاعتماد على هذا القانون احسب دور حركة قمر اصطناعي آخر جزائري الصنع يدعى $ALSAT1$ يقع على ارتفاع $654km$ عن سطح الأرض.
جـ. هل يعتبر $ALSAT\ 1$ هو الآخر جيو مستقر؟ علل جوابك.

المعطيات: ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11}SI$ نصف قطر الأرض: $R_T = 6400km$.
دور حركة الأرض حول نفسها: $T = 86400s$، كتلة الأرض: $M_T = 6\times10^{24}kg$

التمرين 04:

يعتبر كوكب المشتري (Jupiter) أكبر كواكب المجموعة الشمسية، و هو يمثل لوحده عالما مصغرا داخل المجموعة الشمسية، حيث يدور في فلكه حوالي ستة و ستون قمرا طبيعيا.
يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة كوكب المشتري حول الشمس و تحديد بعض المقادير الفيزيائية المميزة له.
المعطيات:

- كتلة الشمس: $M_s = 2\times10^{30}kg$
- ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11}SI$
- دور حركة كوكب المشتري حول الشمس: $T_J = 3,74\times10^{8}s$

ـ نعتبر أن للشمس و للمشتري شكل كروي و نرمز لكتلة المشتري بالرمز M_J. نهمل أبعاد كوكب المشتري أمام المسافة الفاصلة بينه وبين الشمس، كما نهمل جميع القوى الأخرى المطبقة عليه أمام قوة جذب العام بينه و بين الشمس.

1ـ نعتبر أن حركة كوكب المشتري في المرجع المركزي الشمسي دائرية و نصف قطرها r.

1.1ـ ارسم شكلا توضيحيا تبين عليه التأثيرات المتبادلة بين كوكب المشتري و الشمس.

2.1ـ أكتب عبارة شدة قوة الجذب العام بين الشمس و المشتري بدلالة M_J, M_S, G و r.

2.1ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

أـ جد إحداثيتي شعاع التسارع، و استنتج أن حركة المشتري حركة دائرية منتظمة.

بـ بين أن القانون الثالث لكبلر يكتب كما يلي: $\frac{T_J^2}{r^3} = \frac{4\pi}{G.M_S}$.

3.1ـ تحقق أن: $r \approx 7,8 \times 10^{11} m$.

4.1ـ جد قيمة السرعة v للمشتري خلال دورانه حول الشمس.

2ـ تحديد كتلة المشتري:

نعتبر أن القمر إيو (Io)، أحد أقمار كوكب المشتري التي اكتشفها العالم غاليلي، يوجد في حركة دائرية منتظمة حول مركز المشتري، نصف قطره $r' = 4,2 \times 10^8 m$ و دورها $T_{Io} = 1,77\ jours$.

نهمل أبعاد إيو أمام باقي الأبعاد كما نهمل جميع القوى الأخرى المطبقة عليه أمام قوة التجاذب بينه و بين كوكب المشتري.

بدراسة حركة القمر إيو في مرجع مبدأه منطبق على مركز المشتري الذي نعتبره غاليليا، حدد الكتلة M_J للمشتري.

التمرين 05:

هيباركوس $Hippar\cos$ عبارة عن قمر صناعي للقياس الفلكي أطلق في أوت 1989، لكن لم يصل أبدا إلى مداره المتوقع بسبب عطل في احد محركاته. فبقي يتحرك في مدار إهليليجي بين الارتفاعين $h_1 = 507km$ و $h_2 = 35888km$.

1ـ احسب البعد المتوسط d لهذا القمر عن مركز الأرض.

2ـ بفرض أن المدار دائري و نصف قطره d، و أن القمر لا يخضع سوى لقوة الجذب المركزي من طرف الأرض، و التي نعتبرها ثابتة.

أـ مثل: الأرض، القمر هيباركوس، المدار، و قوة الجذب على رسم مناسب.

بـ بين أن حركة هذا القمر دائرية منتظمة في هذه الحالة.

جـ جد عبارة السرعة المدارية للقمر بدلالة: G ثابت الجذب العام، M كتلة الأرض ونصف القطر d، ثم أحسب قيمتها

دـ أحسب دور حركة القمر هيباركوس حول مركز الأرض، هل هو جيو مستقر؟ علل جوابك.

3. نعود إلى المدار الحقيقي للقمر (الإهليليجي).
أ. هل يمكن اعتبار الحركة منتظمة في هذه الحالة؟ لماذا؟.
ب. أحسب السرعة عند أقرب و عند أبعد نقطة عن مركز الأرض.
يعطى: $R_T = 6400km , M = 5,98\times10^{24} kg , G = 6,67\times10^{-11} SI$

التمرين 06:

المريخ هو أحد كواكب المجموعة الشمسية الذي يمكن رصده بسهولة في السماء بسبب إضاءته و لونه الأحمر، وله قمران طبيعيان هما فوبوس و ديموس. اهتم العلماء بدراسته منذ زمن بعيد و أرسلت إليه في العقود الخيرة عدة مركبات فضائية استكشافية مكنت من الحصول على معلومات هامة حوله.

يقترح هذا التمرين لتحديد بعض المقادير الفيزيائية المتعلقة بهذا الكوكب.

المعطيات:

- كتلة الشمس: $M_S = 2\times10^{30} kg$.
- نصف قطر المريخ: $R_M = 3400km$.
- ثابت الجذب العام: $G = 6,67\times10^{-11} SI$.
- دور حركة المريخ حول الشمس: $T_M = 687\, jours$، $1 jours = 86400s$.
- شدة الجاذبية الأرضية على سطح الأرض: $g = 9,8 N.kg^{-1}$.

1. نعتبر أن حركة المريخ في المرجع المركزي الشمسي دائرية، و سرعتها v و نصف قطرها r (نهمل أبعاد المريخ أمام المسافة الفاصلة بينه و بين مركز الشمس، كما نهمل القوى الأخرى المطبقة أمام قوة التجاذب العام التي تطبقها الشمس).

1.1. مثل بيانيا القوة التي تطبقها الشمس على كوكب المريخ.

2.1. اكتب بدلالة G , M_S , M_M و r عبارة شدة القوة $\overrightarrow{F_{S/M}}$ التي تطبقها الشمس على المريخ.

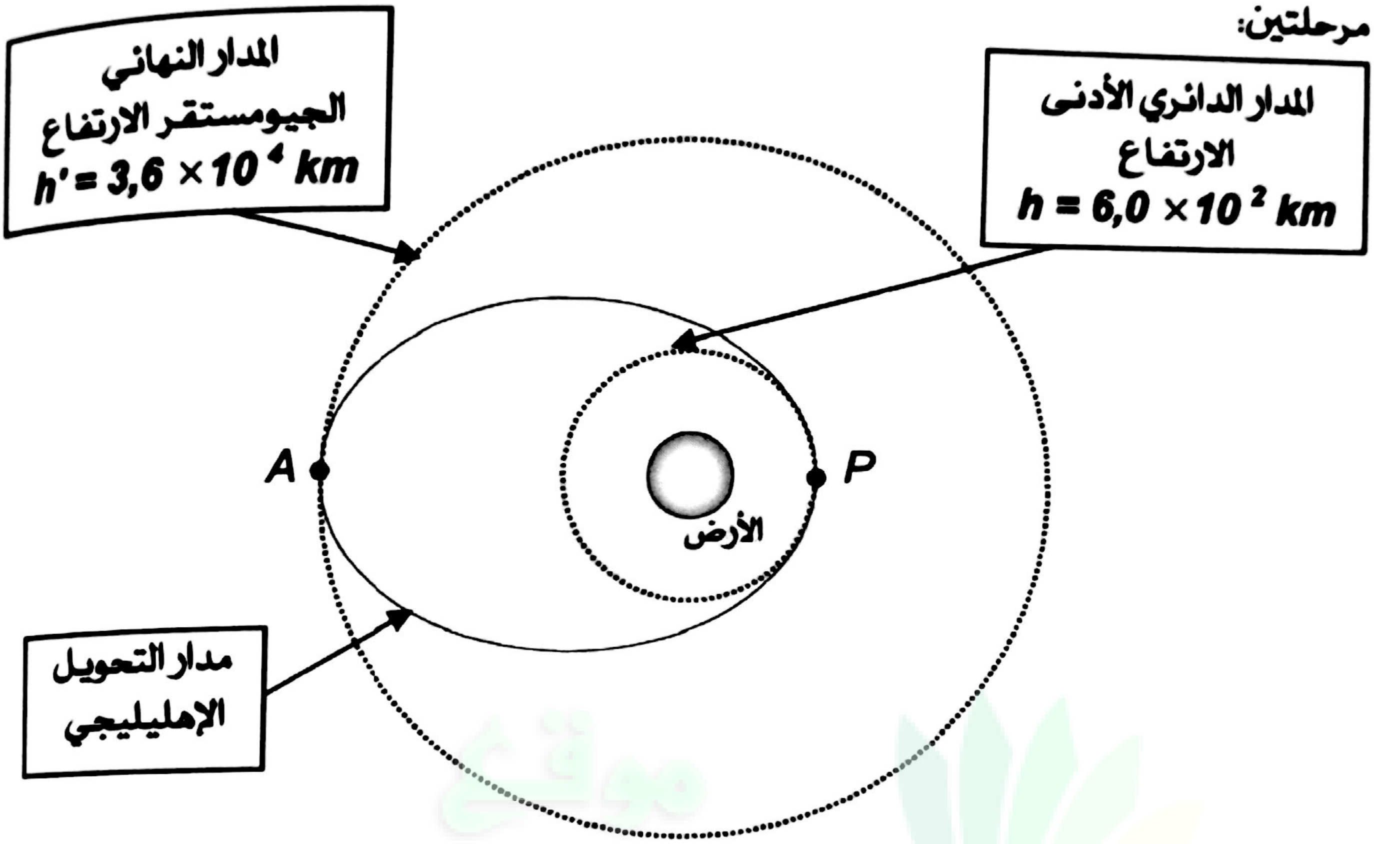
3.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن:
أ. حركة المريخ دائرية منتظمة.
ب. العلاقة بين الدور و نصف القطر هي: $\frac{T_M^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$، و أن قيمة r هي: $r \approx 2,3\times10^{11} m$

4.1. جد قيمة السرعة v.

2. تحديد كتلة المريخ و شدة الجاذبية على سطحه:
نعتبر أن قمر فوبوس يوجد في حركة دائرية منتظمة حول المريخ على مسافة $z = 6000km$ من سطحه. دور هذه الحركة هو $T_P = 460 \min$ (نهمل أبعاد فوبوس أمام باقي الأبعاد).
بدراسة حركة فوبوس في مرجع مبدؤه منطبق على مركز المريخ، و الذي نعتبره غاليليا، جد:
أ. الكتلة M_M للمريخ.

التمرين 07:

إن زرع قمر جيو مستقر- الشكل المقابل- كتلته $m = 2,0\times10^3 kg$ في مداره ، يتم على مرحلتين:



<u>المرحلة الأولى</u>: وضع القمر الاصطناعي في "مدار دائري أدنى".

يوضع القمر الاصطناعي في "مدار دائري أدنى" بسرعة ثابتة v_s و على ارتفاع $h = 6,0\times10^2 km$ حول الأرض، أين يكون خاضعا لقوة جذب الأرض فقط. نختار من أجل ذلك المعلم $(S, \vec{t}, \vec{n})$ ، حيث يكون شعاع الوحدة $\vec{t}$ مماسيا لمسار القمر الاصطناعي وفي جهة حركته، و شعاع الوحدة $\vec{n}$ عموديا على المسار و متجها نحو مركز الأرض.

1- أعط العبارة الشعاعية لقوة الجذب $\vec{F}_{T/S}$ المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي.

2- بتطبيق أحد قوانين نيوتن، جد العبارة شعاع التسارع $\vec{a_S}$ لمركز عطالة القمر الصناعي.

3- مثل بشكل الأرض و القمر الاصطناعي و المعلم $(S, \vec{t}, \vec{n})$ و شعاع التسارع $\vec{a_S}$ وذلك عند لحظة زمنية t، دون احترام السلم.

4- عين عبارة السرعة v_S لمركز عطالة القمر الاصطناعي، و تحقق من أن قيمتها هي في جوار $7,6\times10^3 m\,s^{-1}$ على "المدار الدائري الأدنى".

5- ليكن T الزمن اللازم لكي يدور القمر الاصطناعي دورة واحدة حول الأرض.

- ماذا يمثل هذا الزمن ؟ بين أنه يحقق العلاقة: $T^2 = \dfrac{4\pi^2 (R_T + h)^3}{G.M_T}$

<u>المرحلة الثانية</u>: تحويل القمر الاصطناعي إلى مدار جيو مستقر.

بعد أن يستقر القمر الاصطناعي على " المدار الدائري الأدنى" ينتقل إلى " المدار الجيو مستقر النهائي" وعلى ارتفاع كبير $h' = 3,6\times10^{4}\,km$ بالعبور بصفة انتقالية على مدار إهليليجي يسمى " مدار التحويل" حيث تنتمي نقطة الحضيض P (نقطة الرأس الأقرب) لمدار التحويل و تنتمي نقطة الأوج A (نقطة الرأس الأبعد) لـ" مدار جيو مستقر نهائي" ، و يتم ذلك بزيادة سرعته بدفعه بواسطة مفاعل نفاث للغاز متصل بالقمر الاصطناعي، و بعد ذلك تضبط سرعته عند A لكي يستقر على" المدار الجيو مستقر النهائي".

1. أعط نص قانون كبلر الثاني.

2. بين مستعينا بشكل توضيحي أن سرعة القمر الاصطناعي على مدار التحويل ليس ثابتة، وحدد في أي نقطة تكون السرعة أعظمية ، وفي أي نقطة تكون السرعة أصغرية.

3. عبر عن البعد $\overline{AP}$ بدلالة كل من R_T و h و h'، وبين أن $\overline{AP} = 4,9\times10^{7}\,m$.

4. إذا علمت أن دور القمر الاصطناعي $T' = 10h\,42min$، ما هي المدة الزمنية Δt التي تمكن القمر الاصطناعي من الانتقال من النقطة P إلى النقطة A ؟.

5. بين لماذا من المستحسن جدا أن نطلق القمر الاصطناعي الجيو مستقر من مكان قريب من خط الاستواء.

يعطى:

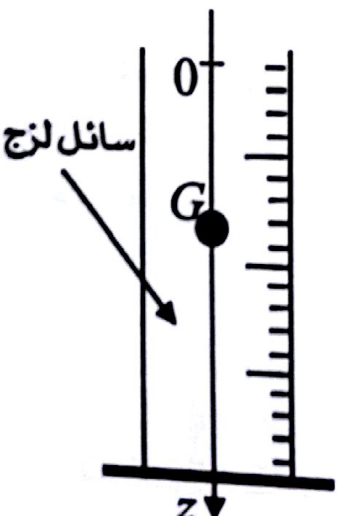
$R_T = 6,4\times10^{3}\,km$	نصف قطر الأرض	$g = 10\,m.s^{-2}$	تسارع الجاذبية الأرضية
$G = 6,67\times10^{-11}\,SI$	ثابت الجذب العام	$M_T = 6,0\times10^{24}\,kg$	كتلة الأرض

التمرين 08:

تمكن دراسة سقوط جيم صلب متجانس في سائل لزج من تحديد بعض المقادير الفيزيائية المميزة للحركة.

نملأ أنبوبا مدرجا بسائل لزج و شفاف كتلته الحجمية ρ ثم نسقط فيه كرية معدنية متجانسة كتلتها m و مركز عطالتها G بدون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0$ ندرس حركة G بالنسبة لمعلم أرضي نعتبره غاليليا. و نعتبر أن موضع G ينطبق على مبدأ المحور $\overrightarrow{Oz}$، و أن دافعة أرخميدس غير مهملة بالنسبة لباقي القوى المطبقة على الكرية.

نمذج تأثير السائل على الكرية أثناء الحركة بقوة الاحتكاك $\vec{f} = -k\,\overrightarrow{v_G}$، حيث $\overrightarrow{v_G}$ شعاع سرعة G عند اللحظة t، و k ثابت الاحتكاك.



الشكل-1

معطيات:

- نصف قطر الكرية: $r = 6,0\times10^{-3}\,m$.

- كتلة الكرية: $m = 4,10\times10^{-3}kg$.

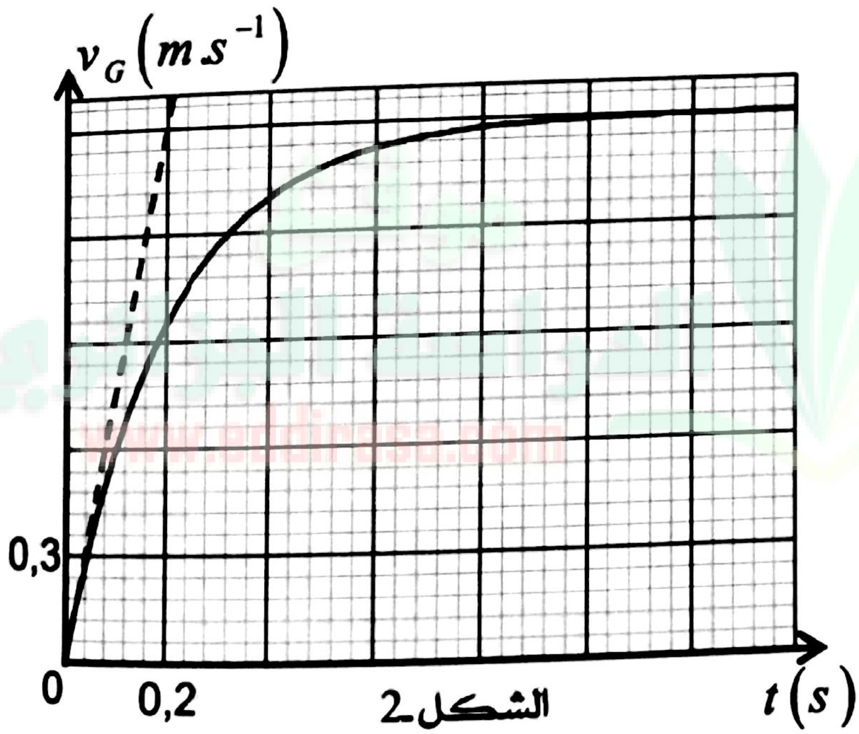
1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أثبت أن المعادلة التفاضلية لحركة G تكتب على الشكل التالي: $\frac{dv_G}{dt} + A v_G = B$، محددا عبارة A بدلالة k و m، وكذلك عبارة B بدلالة g تسارع الجاذبية الأرضية و m ، ρ و V حجم الكرية.

2- تحقق أن العبارة $v_G(t) = \frac{B}{A}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية، حيث $\tau = \frac{1}{A}$ الزمن المميز للحركة.

3- جد عبارة السرعة الحدية $v_{\lim}$ لمركز عطالة الكرية بدلالة A و B.

4- نحصل بواسطة تجهيز ملائم على منحنى الشكل - 2، الذي يمثل تغير السرعة v_G بدلالة الزمن t.

- حدد بيانيا قيمتي $v_{\lim}$ و τ.



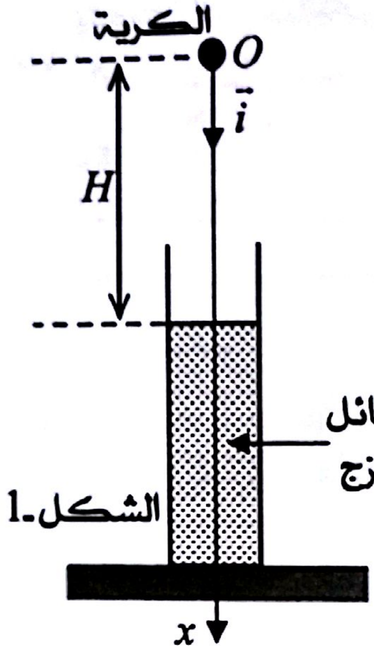
الشكل-2

5- بالاعتماد على معطيات التمرين و المنحنى $v_G = f(t)$ مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية خلال كل مرحلة من مراحل سقوط الكرية داخل الأنبوب.

6- جد قيمة الثابت k.

التمرين 09:

يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة السقوط الشاقولي لكرية معدنية في الهواء و في سائل لزج.



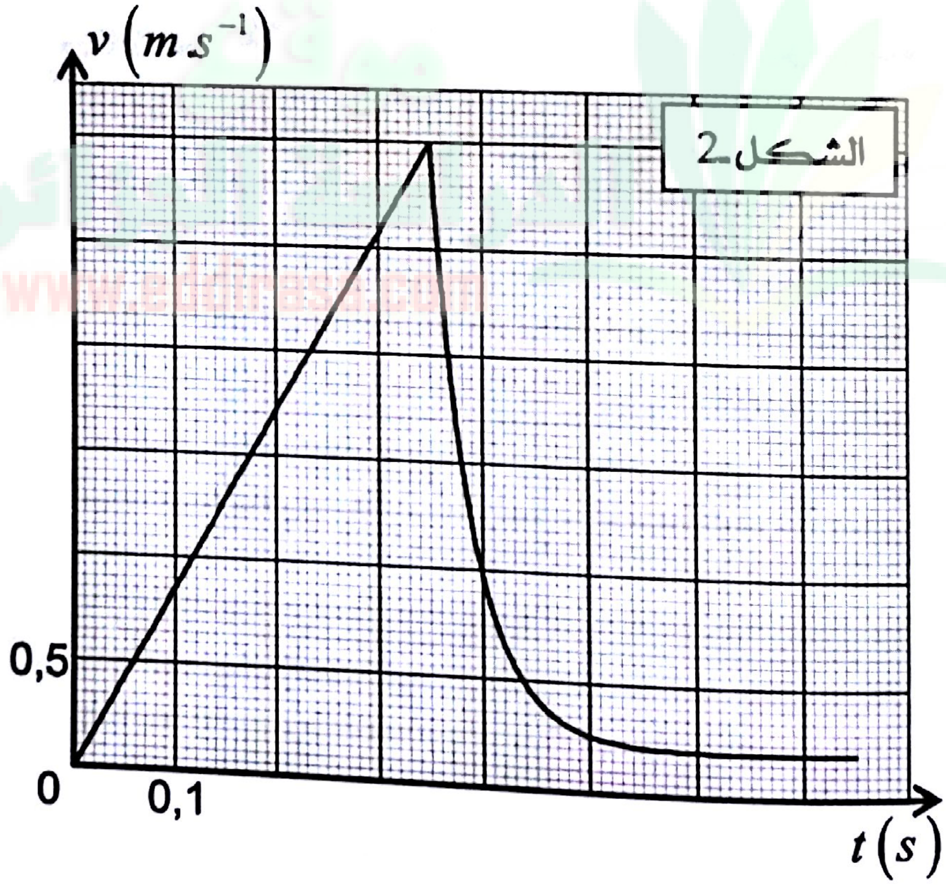
الشكل-1

معطيات:

- الكتلة الحجمية للكرية: $\rho_1 = 2,70\times10^3 kg.m^{-3}$
- الكتلة الحجمية للسائل اللزج: $\rho_2 = 1,26\times10^3 kg.m^{-3}$
- حجم الكرية: $V = 4,20\times10^{-6} m^3$.
- تسارع الجاذبية الأرضية: $g = 9,80 m.s^{-2}$.

عند اللحظة $t = 0$ نحرر الكرية من النقطة O منطبقة على مركز عطالتها G. توجد النقطة O على ارتفاع H من سطح السائل اللزج الذي يوجد في أنبوب زجاجي شفاف (الشكل 1).

يمثل منحنى الشكل (2) تطور سرعة مركز عطالة الكرية خلال سقوطها في الهواء و داخل السائل اللزج.



I. دراسة حركة الكرية في الهواء:

1. نفرض أن تأثير الهواء على الكرية أثناء سقوطها ينمذج بقوة $\vec{F}$ شدتها ثابتة، و نهمل نصف قطر الكرية أمام الارتفاع H. يصل مركز العطالة G للكرية إلى السطح الحر للسائل اللزج عند اللحظة t_1 بالسرعة v_1.

1.1ـ مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية أثناء سقوطها.

2.1ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن عبر عن F بدلالة V, g, ρ_1, v_1 و t_1.

3.1ـ بالاعتماد على المنحنى $v = f(t)$:

استنتج v_1 و t_1. ثم أحسب قيمة شدة $\vec{F}$.

2ـ دراسة حركة الكرية داخل السائل اللزج:

تخضع الكرية أثناء سقوطها داخل السائل اللزج بالإضافة لثقلها إلى :

ـ دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$.

ـ قوة الاحتكاك مع المائع: $\vec{f} = -k\,v\,\vec{i}$.

ننمذج تطور السرعة v لمركز عطالة الكرية بالمعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v \;....(1).$$

1.2ـ مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية أثناء سقوطها.

2.2ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد المعادلة التفاضلية لحركة مركز عطالة الكرية بدلالة معطيات النص.

3.2ـ باستعمال المعادلة التفاضلية و المنحنى البياني $v = f(t)$، تحقق من صحة المعادلة التفاضلية (1).

4.2ـ باستعمال التحليل البعدي حدد وحدة الثابت k، ثم احسب قيمته.

التمرين 10:

يخضع كل جسم صلب مغمور في مائع إلى دافعة أرخميدس، و إذا كان هذا الجسم في حركة شاقولية داخل المائع فإنه يخضع كذلك إلى قوة احتكاك مع المائع.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة تطور سرعة كريتين (a) و (b) من الزجاج متجانستين ليس لهما نفس نصف القطر، توجدان في حركة شاقولية داخل زيت بسرعة صغيرة نسبيا.

معطيات:

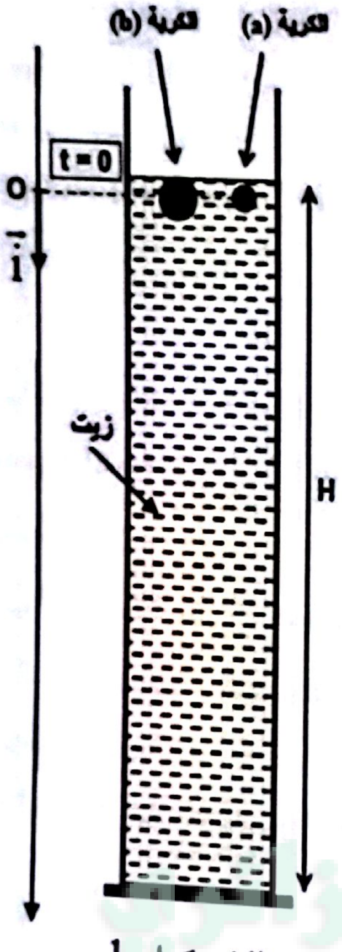
$\eta = 8,0\times10^{-2}\,N.m^{-2}.s$	لزوجة الزيت	$\rho = 2600\,kg.m^{-3}$	الكتلة الحجمية للزجاج
$g = 9,81\,m.s^{-2}$	تسارع الجاذبية الأرضية	$\rho_0 = 970\,kg.m^{-3}$	الكتلة الحجمية للزيت

ـ عبارة حجم الكرية: $V = \frac{4}{3}\pi . r^3$.

نحرر عند نفس اللحظة $t = 0$، الكريتين (a) و (b) عند سطح الزيت الموجود في أنبوب شفاف أسطواني الشكل. ارتفاع الزيت في الأنبوب هو: $H = 1,00m$، أنظر الشكل (1)

1. دراسة حركة الكرية (a):

ندرس حركة الكرية (a) في المعلم $(O,\vec{i})$ المرتبط بسطح الأرض. تخضع الكرية أثناء حركتها داخل الزيت إلى:



الشكل-1

. دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$. - ثقلها: $\vec{P}$.

. قوة الاحتكاك مع المانع: $\vec{f} = -6\pi.\eta.r v.\vec{i}$

نرمز للزمن المميز لحركة الكرية (a) بالرمز: τ، ونعتبر أن سرعة الكرية تبلغ القيمة الحدية v_l بعد مدة زمنية قدرها 5τ.

1.1. أثبت أن المعادلة التفاضلية لحركة الكرية (a) تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt}+\frac{v}{\tau}=C$، مع تحديد عبارة الثابتين C و τ

2.1. أحسب قيمة τ علما أن $r = 0,25cm$.

3.1. أحسب قيمة السرعة الحدية v_l للكرية (a).

2. دراسة مقارنة لحركتي الكريتين (a) و (b).

نصف قطر الكرية (b) هو: $r' = 2r$.

1.2. حدد معللا جوابك، الكرية التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية.

2.2. خلال النظام الانتقالي تقطع:

. الكرية (a): المسافة $d_1 = 5,00cm$.

. الكرية (b) المسافة $d_2 = 80cm$.

نهمل نصفي قطري الكريتين r و r' أمام ارتفاع الزيت H.

احسب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين (a) و (b) إلى قعر الأنبوب.

التمرين 11:

بعد مدة وجيزة من قفز المظلي من الطائرة يفتح مظلته لكبح حركته، الشيء الذي يمكنه من الوصول إلى سطح الأرض بسلام.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة السقوط الشاقولي للمظلي بعد فتح مظلته.

معطيات: كتلة المظلي و لوازمه: $m = 100kg$. الجاذبية الأرضية $g = 9,8m.s^{-2}$.

يقفز المظلي مصحوبا بلوازمه بسرعة ابتدائية مهملة من على طائرة مروحية متوقفة على ارتفاع h من سطح الأرض يفتح المظلي مظلته عندما تبلغ سرعته $52m.s^{-1}$ عند لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة، فتأخذ المجموعة (S) المكونة من المظلي و لوازمه حركة شاقولية.

ـ ندرس حركة المجموعة (S) في معلم $(O,\vec{k})$، نعتبره غاليليا مرتبط بسطح الأرض، شاقولي و موجه نحو الأسفل (الشكل 1). يطبق الهواء على المجموعة (S) قوة ننمذجها بقوة احتكاك شدتها $f = k v^2$ حيث k ثابت الاحتكاك و v سرعة المظلي . نهمل دافعة أرخميدس المطبقة من طرف الهواء.

ـ يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات السرعة v بدلالة الزمن بعد فتح المظلة.

1ـ بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v تكتب على الشكل:

$\frac{dv}{dt} = g\left(1-\frac{v^2}{\alpha^2}\right)$ محددا عبارة الثابت α بدلالة m، g و k.

2ـ اختر الجواب الصحيح مع التعليل: يمثل المقدار α :

أـ سرعة المجموعة (S) عند اللحظة $t = 0$.

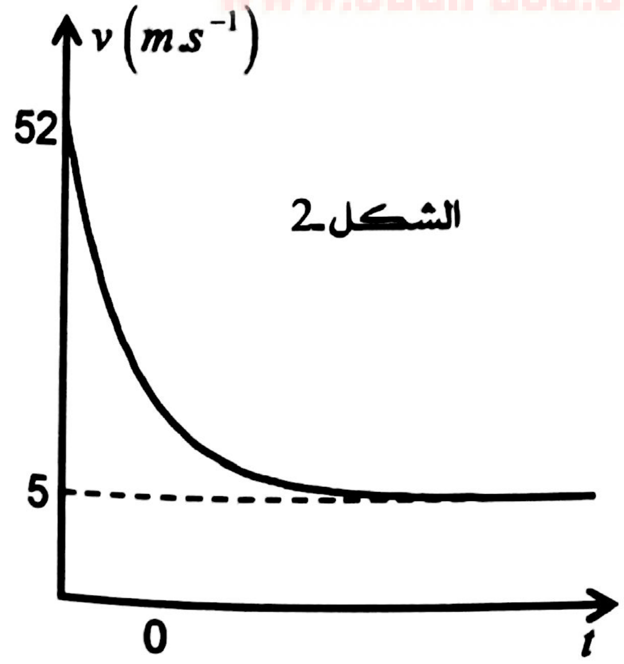
ب ـ تسارع حركة المجموعة (S) عند اللحظة $t = 0$.

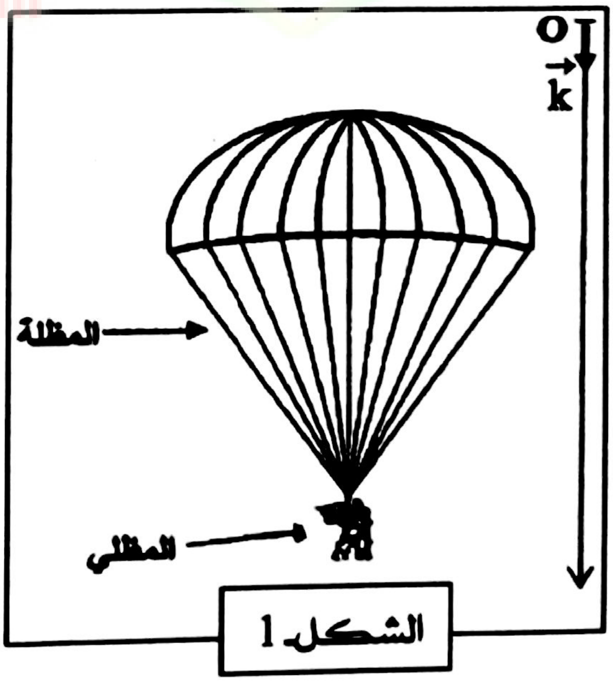
جـ ـ السرعة الحدية للمجموعة (S).

د ـ تسارع حركة المجموعة (S) في النظام الدائم.

3ـ حدد قيمة α.

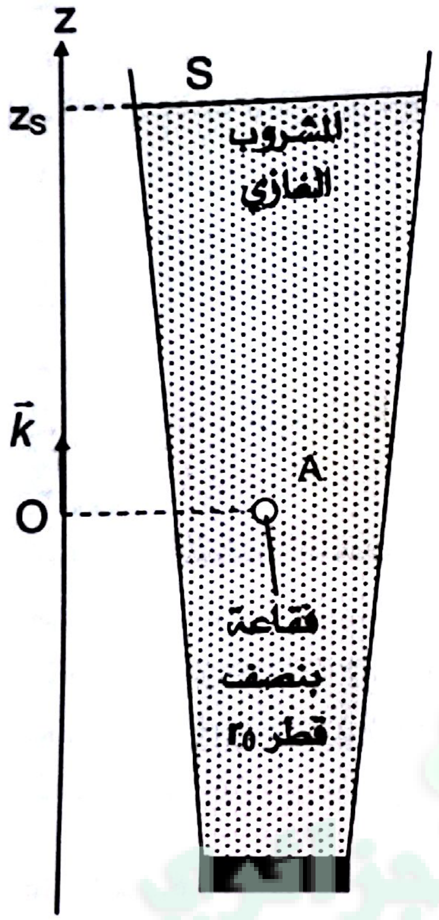
4ـ استنتج قيمة الثابت k محددا وحدته في نظام الوحدات الدولية.





التمرين 12:

نقترح في هذا التمرين توضيح و تفسير بطريقة فيزيائية - كيميائية مختلف المراحل لتشكل الفقاعة الغازية من بداية تكوينها ثم صعودها في سائل إلى السطح. في كل التمرين نعتبر أن الفقاعات كروية الكتلة الحجمية للمشروب السائل مساوية للكتلة الحجمية للماء. تعطى: الكتلة الحجمية للماء $\rho_e = 1,0.10^3 kg.m^{-3}$ ، الكتلة الحجمية لثاني أكسيد الكربون : $\rho_{dc} = 1.8 kg.m^{-3}$، شدة الجاذبية $g = 10 m s^{-2}$.



1. نشأة و حركة الفقاعة:

في زجاجة المشروب الغازي المغلق يحدث توازن بين CO_2 المنحل في المشروب وثاني أكسيد الكربون المحبوس في عنق الزجاجة. عند فتح الزجاجة يختل التوازن ، فيتخلص المشروب من جزء من ثاني أكسيد الكربون المنحل الذي يتحول تدريجيا إلى الحالة الغازية.فتنشأ فقاعات تشكل الحالة الغازية أثناء صعودها. في الكأس تنشأ فقاعات تدعى nucléation التي هي عبارة عن مجموعة من الفقاعات موجودة في جيوب صغيرة من الغاز المحبوس بالشوائب الميكروسكوبية. عندما تصبح دافعة أرخميدس $\overrightarrow{F_A}$ الخاضعة لها الفقاعة تغلب قيمة القوة التي تحبسها في منطقة nucléation تنفصل الفقاعة. بعدها تتولد فقاعة أخرى و تخضع لنفس العملية وهكذا ......

من أجل فقاعة تنفصل من منطقة nucléation في سائل كتلته الحجمية ρ :

1.1. أعط منحنى و جهة دافعة أرخميدس $\overrightarrow{F_A}$ الخاضعة لها فقاعة غازية حجمها V_0 في السائل.

2.1. أعط العبارة الحرفية لقيمتها بدلالة الحجم V_0 للفقاعة.

2. صعود الفقاعة:

عند اللحظة $t = 0$ الفقاعة نصف قطرها $r_0 = 20 \mu m$ موجودة عند النقطة A على عمق $z_0 = 0m$ في المعلم $(O, \vec{k})$ تنفصل من منطقة nucléation بسرعة ابتدائية معدومة ، في المرجع الأرضي الذي نعتبره غاليليا. تصعد الفقاعة شاقوليا نحو السطح S للسائل الذي تصل عنده بالسرعة $v_S = 15 cm.s^{-1}$. في البداية (بالنسبة للأسئلة 1.2 و2.2) نعتبر فقاعة الغاز كروية حجمها ثابت خلال الصعود.

1.2. دراسة حركة الفقاعة دون احتكاك:

2-1-1- بين أن $\overrightarrow{P_0}$ ثقل الفقاعة قيمته مهملة أمام قيمة دافعة أرخميدس $\overrightarrow{F_A}$. بحساب النسبة $\dfrac{P_0}{F_A}$.

2-1-2- باستعمال القانون الثاني لنيوتن، اكتب عبارة المركبة a_z لشعاع تسارع الفقاعة بدلالة ρ_e و ρ_{dc} و g.

2-1-3- إستنتج عبارة سرعة الفقاعة بدلالة الزمن.

2-1-4- بين أن القيمة النظرية t_s للمدة الزمنية اللازمة لكي تصل الفقاعة إلى سطح السائل بسرعة v_s هي في حدود $30\mu s$.

2-1-5- هل هذه القيمة توافق ما تلاحظه في الحياة اليومية؟ ماذا تستنتج؟.

3- دراسة حركة الفقاعة في وجود الاحتكاك:

السائل يطبق قوة احتكاك تتناسب طردا مع سرعتها و عبارتها الشعاعية $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$ حيث k معامل يتعلق بنصف قطر الفقاعة و لزوجة السائل أين تنتقل الفقاعة.

3-1- مثل على مخطط، بدون سلم رسم، القوى الغير مهملة الخاضعة لها الفقاعة وهي في حركة بعد انفصالها من منطقة nucléation.

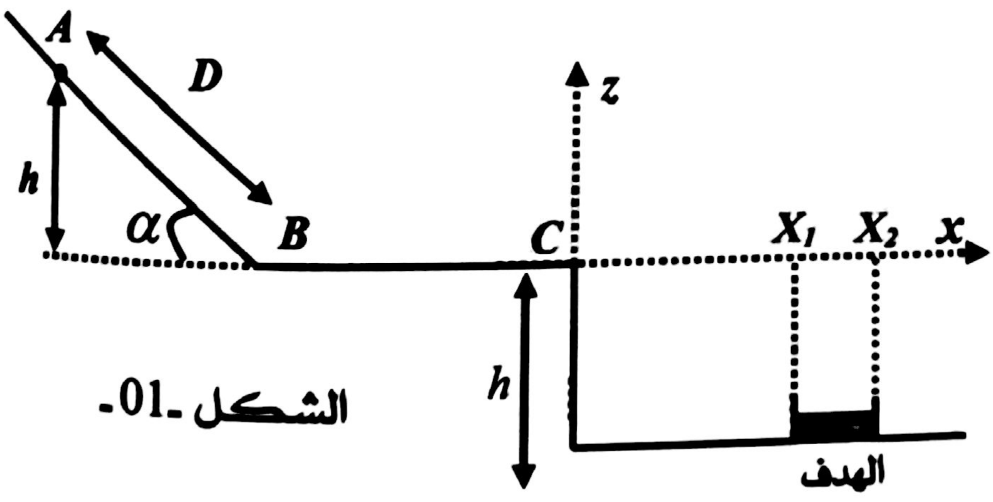
3-2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية لتطور سرعة الفقاعة تكتب على الشكل: $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{k\,v}{\rho_{dc} V_0} = \dfrac{\rho_e}{\rho_{dc}} g$

3-3- إستنتج العبارة الحرفية للسرعة الحدية $v_{\lim}$ التي تبلغها الفقاعة.

3-4- التطبيق العددي يعطي: $v_{\lim} = 1mm\,s^{-1}$. ماذا تستنتج إنطلاقا من هذه القيمة.

التمرين 13:

المعطيات:



الشكل -01-

$\alpha = 30^0$

$D = AB = 0,50m$

$L = BC = 0,20m$

$h_C = 0,40m$

$m = 10g$

$g = 9,80m\,s^{-2}$

اللعبة الموضحة في الشكل -01- تعتمد على وضع الجسم الصلب (s) الذي يمكن إعتباره نقطيا على مستوي مائل بحيث يصل إلى الهدف الموضح على الشكل -01-.

يترك الجسم (s) إبتداءا من النقطة A بدون سرعة ابتدائية. باعتبار الدراسة تتم في معلم غاليلي وإهمال كل قوى الاحتكاك.

1. دراسة الحركة على المستوي المائل AB:

1.1. مثل القوى الخارجية المطبقة على الجسم (s).

2.1. بإختيار الجملة المناسبة بين أن عبارة سرعة الجسم (s) في النقطة B هي $v_B = \sqrt{2.g.D.\sin\alpha}$، ثم أحسب قيمتها.

3.1. أثبت السرعة التي يصل بها الجسم (s) إلى النقطة C تساوي $v_C = 2,2 m\,s^{-1}$.

4.1. ما هي خصائص شعاع السرعة $\overrightarrow{v_C}$ في الموضع C.

2. دراسة حركة الجسم (s) بعد النقطة C:

نؤكد على أن تأثير الهواء مهمل، و نعتبر مبدأ الأزمنة $t = 0s$ لحظة مرور الجسم (s) بالنقطة C، و الجسم مركز عطالته G.

1.2. أعط نص قانون نيوتن الثاني.

2.2. بين أن مركبات شعاع الموضع للجسم (s) في المعلم Cxz هي:

$$\overrightarrow{CG}\begin{cases} x = (\sqrt{2.g\,D\sin\alpha})t \\ z = -\dfrac{1}{2}g\,t^2 \end{cases}$$

3.2. إستنتج معادلة المسار $z = f(x)$.

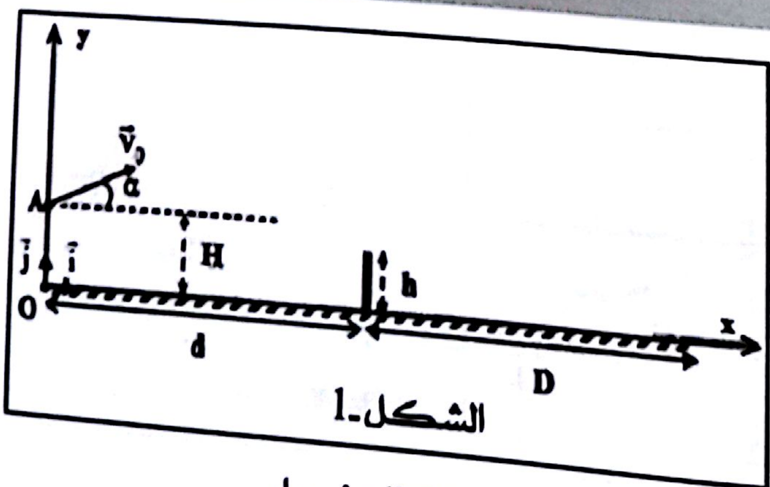
4.2. أحسب المدة اللازمة لوصول الجسم (s) إلى سطح الأرض.

5.2. هل يصل الجسم (s) إلى الهدف علما أن فاصلته محصورة بين $x_1 = 0,55m$ و $x_2 = 0,60m$.

6.2. ماهي القيمة التي يجب إعطاؤها لـ D حتى يصل الجسم (s) إلى الهدف الذي فاصلته $x_f = 0,57m$، (نعتبر زمن السقوط لا يتغير).

التمرين 14:

قام أحد التلاميذ خلال مباراة في كرة الطائرة، بتصوير شريط فيديو لحركة الكرة ابتداءا من لحظة إنجاز الإرسال $(service)$ من الموضع A و على ارتفاع H من سطح الأرض. يوجد اللاعب الذي أنجز الإرسال على مسافة d من الشبكة (أنظر الشكل-1).



الشكل-1

ليكون الإرسال مقبولا، يجب على الكرة تحقيق الشرطين التاليين معا:

ـ أن تمر من فوق الشبكة التي يوجد طرفها العلوي على ارتفاع h من سطح الأرض.
ـ أن تسقط في مجال الخصم الذي طوله D.

المعطيات:

ـ نهمل أبعاد الكرة و تأثير الهواء.

ـ شدة الجاذبية الأرضية: $g = 10 m\, s^{-2}$

ـ $H = 2{,}60m$. ـ $d = D = 9m$. ـ $h = 2{,}50m$.

ندرس حركة الكرة في معلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ مرتبط بسطح الأرض و الذي نعتبره غاليليا. عند اللحظة $t = 0$ تكون الكرية عند الموضع A، حيث يصنع شعاع السرعة الابتدائية $\vec{v_0}$ الزاوية α مع المستوي الأفقي (أنظر الشكل ـ1).

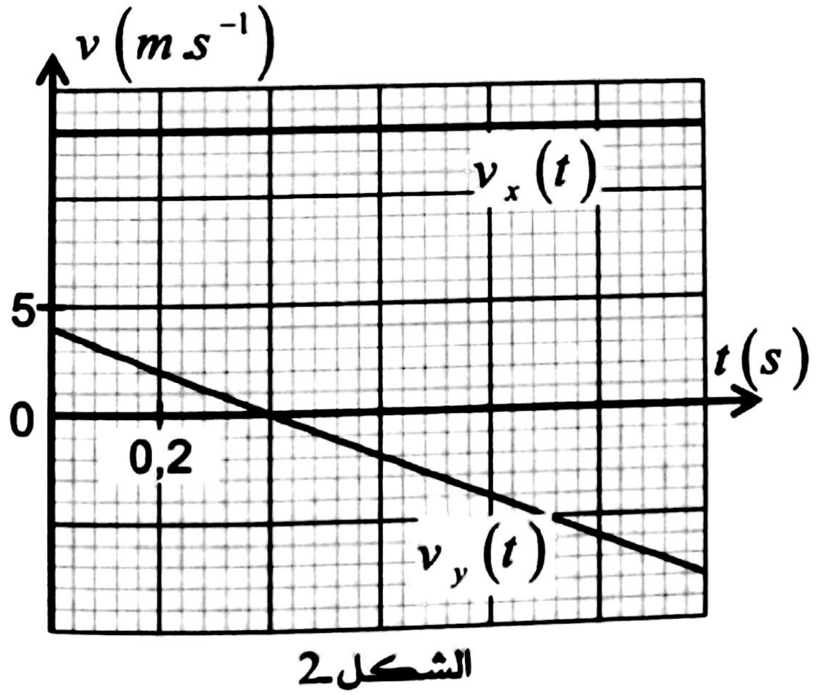
بعد معالجة شريط الفيديو المصور ببرنامج مناسب، تم الحصول على المنحنيين الممثلين في الشكل ـ2. يمثل المنحنيان $v_x(t)$ و $v_y(t)$ تغيرات إحداثيتي شعاع سرعة الكرة في المعلم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد عبارة $v_x(t)$ بدلالة v_0 و α. وعبارة $v_y(t)$ بدلالة v_0, α, g و t.

2ـ باستغلال المنحنيين المبينين في الشكل ـ2، بين أن قيمة السرعة الابتدائية $v_0 = 13{,}6 m\, s^{-1}$ و أن قيمة الزاوية α هي $\alpha \approx 17°$.

3ـ جد معادلة المسار $y = f(x)$.

4ـ علما أنه لم يعترض الكرة أي لاعب، هل حققت الكرة الشرطين اللازمين لقبول الإرسال؟ علل جوابك.

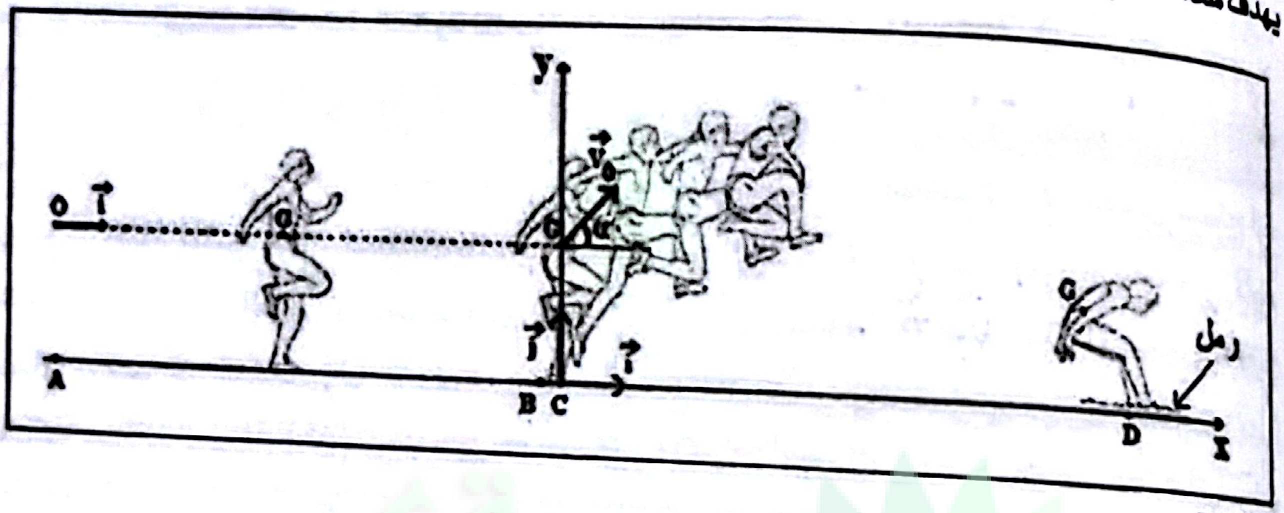


الشكل ـ2

تمرين 15:

يعتبر القفز الطولي رياضة من رياضات الألعاب الأولمبية ابتداءا من سنة 1896، وهو يعتمد على القفز لأطول مسافة انطلاقا من نقطة معلمة. الرقم القياسي الحالي هو $8,95m$ وحطم سنة 1991 بطوكيو من طرف الأمريكي ميك بويل. لتحقيق قفزة جيدة يجب على المتسابق أن يجري في مسار مستقيم AB حتى يصل إلى النقطة المعلمة BC ليقفز بأكبر سرعة ممكنة في الهواء. يحتسب طول القفزة بين الموضع C ونقطة تماس المتسابق بالرمل.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة مرحلتي القفز الطولي لمتسابق (الشكل أسفله).



معطيات:

.جميع الاحتكاكات مهملة خلال المرحلتين.

$AB = 40m$.

1.مرحلة السباق الحماسي: ينطلق المتسابق بدون سرعة ابتدائية من الموضع A نحو الموضع B. نعتبر عند اللحظة $t = 0$، ينطلق المتسابق بدون سرعة ابتدائية من الموضع A نحو الموضع B. لدراسة حركة حركة مركز العطالة G للمتسابق مستقيمة متسارعة بانتظام بين A و B. لدراسة حركة G في هذه المرحلة نختار معلما $(O,\vec{i})$ مرتبطا بالأرض، حيث $x_G = x_A = 0$ عند اللحظة $t = 0$.

1.1.اكتب المعادلة الزمنية لحركة G علما أن قيمة التسارع هي $a_G = 0,2m\,s^{-2}$.

2.1.أحسب قيمة اللحظة t_1 لحظة وصول المتسابق إلى النقطة B.

3.1.إستنتج قيمة v_G سرعة G عند اللحظة t_1.

2.مرحلة القفز: عند وصول المتسابق إلى النقطة المعلمة، يقفز من الموضع C عند لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة $t = 0$، بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$ تصنع زاوية α مع الخط الأفقي المار من G، وذلك لتحقيق أحسن قفز طولي ممكن.

ندرس الحركة المستوية لمركز العطالة G في المعلم $(C,\vec{i},\vec{j})$ أنظر الشكل السابق.

معطيات: $\alpha = 30^0$، $v_0 = 7m\,s^{-1}$، $h = CG$.

2.1ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد المعادلتين التفاضليتين اللتين تحققهما v_x و v_y مركبتي شعاع السرعة $\overrightarrow{v_G}$ في المعلم $\left(C,\vec{i},\vec{j}\right)$.

2.2ـ جد العبارة الحرفية للمعادلتين $x\left(t\right)$ و $y\left(t\right)$ لحركة مركز العطالة G.

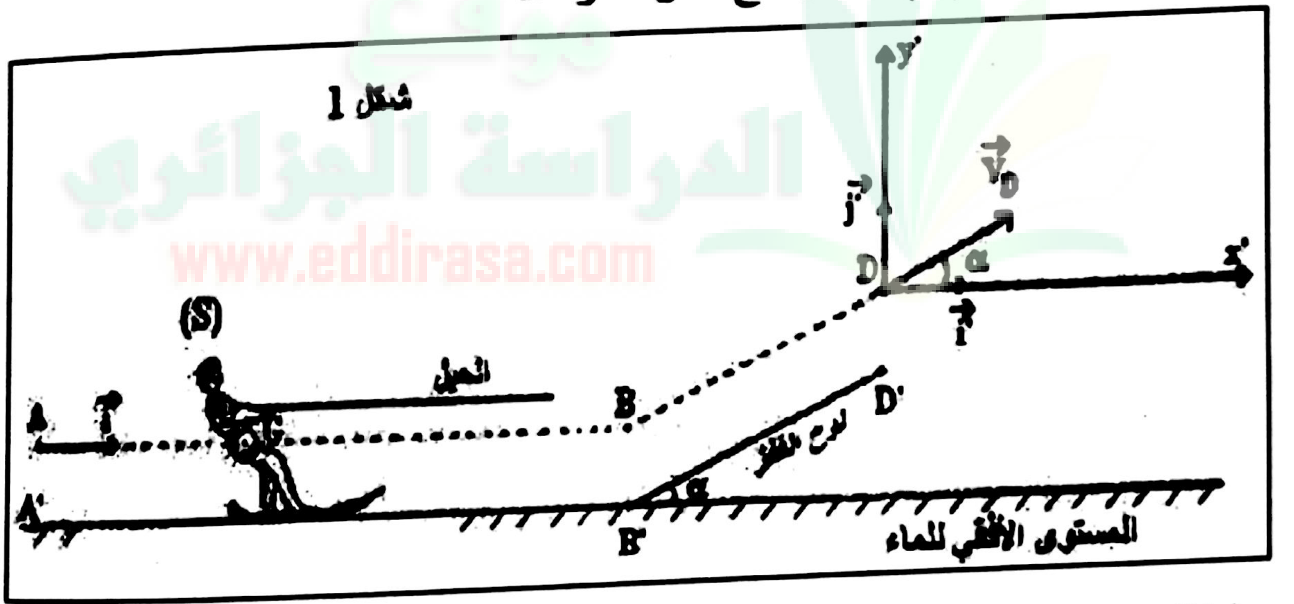
3.2ـ حدد معللا جوابك طبيعة مسار حركة G.

4.2ـ أحسب شدة سرعة مركز العطالة G عند قمة المسار.

5.2ـ تلمس رجل المتسابق الرمل عند الموضع D في اللحظة $t_D = 1s$ حيث يكون فاصلة G هي x_G. جد قيمة x_D طول القفزة المنجزة من طرف المتسابق علما أن: $x_D - x_G = 0,7m$

التمرين 16:

خلال مسابقة بحرية، يجر قارب متزلجا $\left(S\right)$ مركز عطالته G وكتلته m، على سطح الماء بواسطة حبل أفقي. عند انطلاق المتزلج يحتل G الموضع A و بعد قطعه مسافة AB ينفصل $\left(S\right)$ عن الحبل و يصعد فوق لوح $B'D'$ مائل بزاوية α بالنسبة للمستوي الأفقي للماء، ليقفز من النقطة D' و يسقط على سطح الماء أنظر الشكل ـ1. خلال الحركة يمر مركز عطالة الجملة $\left(S\right)$ من المواضع A و B و D.



معطيات:

ـ كتلة الجملة $\left(S\right)$: $m = 80kg$ ـ الزاوية: $\alpha = 10^0$

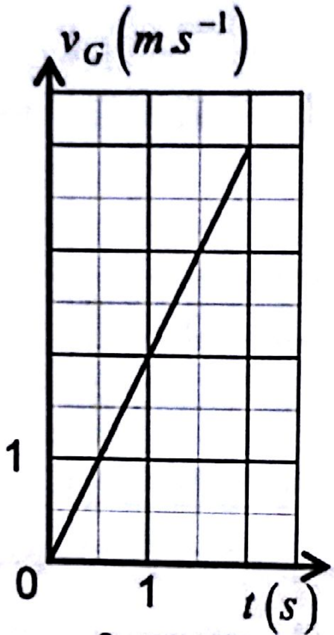
ـ شدة الجاذبية الأرضية: $g = 10m.s^{-2}$ ـ الاحتكاكات مهملة خلال مرحلة القفز.

1ـ دراسة حركة المتزحلق خلال المرحلة AB:

يخضع المتزلج لاحتكاكات مع الماء و الهواء ننمذجها بقوة وحيدة ثابتة و أفقية $\vec{f}$، و يطبق الحبل على الجملة $\left(S\right)$ قوة ثابتة شدتها $F = 276N$. لدراسة حركة G نختار معلما $\left(A,\vec{i}\right)$ مرتبطا بالأرض، و نعتبر $t = 0$ لحظة انطلاق المتزلج من الموضع A بدون سرعة ابتدائية.

1.1. مثل القوى الخارجية المؤثرة على المتزلج خلال المرحلة AB.

2.1. بتطبيق القانون الثاني جد المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v_G لمركز عطالة الجملة (S).



الشكل 2

3.1. مكن تصوير المتزلج بواسطة كاميرا رقمية و معالجة الشريط المحصل عليه ببرامج مناسبة من الحصول على منحنى الشكل 02 الذي يمثل تطور السرعة v_G لمركز عطالة الجملة (S) بدلالة الزمن.

أ. جد بيانيا معادلة السرعة $v_G(t)$.

ب. استنتج قيمة التسارع a_G.

جـ. جد قيمة f شدة القوة المكافئة للاحتكاك.

4.1. يمر المتزلج من الموضع B عند اللحظة $t_B = 15s$ استنتج قيمة المسافة AB.

2. دراسة حركة المتزلج خلال مرحلة القفز:

يواصل المتزلج حركته على اللوح $B'D'$ ليقفز عند الموضع D' بالسرعة v_D (الشكل 1). لدراسة حركة القفز ، نختار معلما متعامدا و متجانسا $(D,\vec{i'},\vec{j'})$ مرتبط بالأرض، و نعتبر لحظة انطلاقه من النقطة D مبدأ للأزمنة.

1.2. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد العبارة الحرفية للمعادلتين التفاضليتين اللتين تحققها $x(t)$ و $y(t)$ إحداثيتي مركز عطالة الجملة (S).

2.2. جد العبارة الحرفية لمعادلة مسار حركة G.

3.2. في إطار تحسين إنجازه، قام المتزلج بمحاولة قفز حيث احتل مركز عطالته موضعا فاصلته هي $x_G = 35m$ عند اللحظة $t = 1,27s$.

أ. جد قيمة السرعة v_D التي غادر بها المتزلج الموضع D.

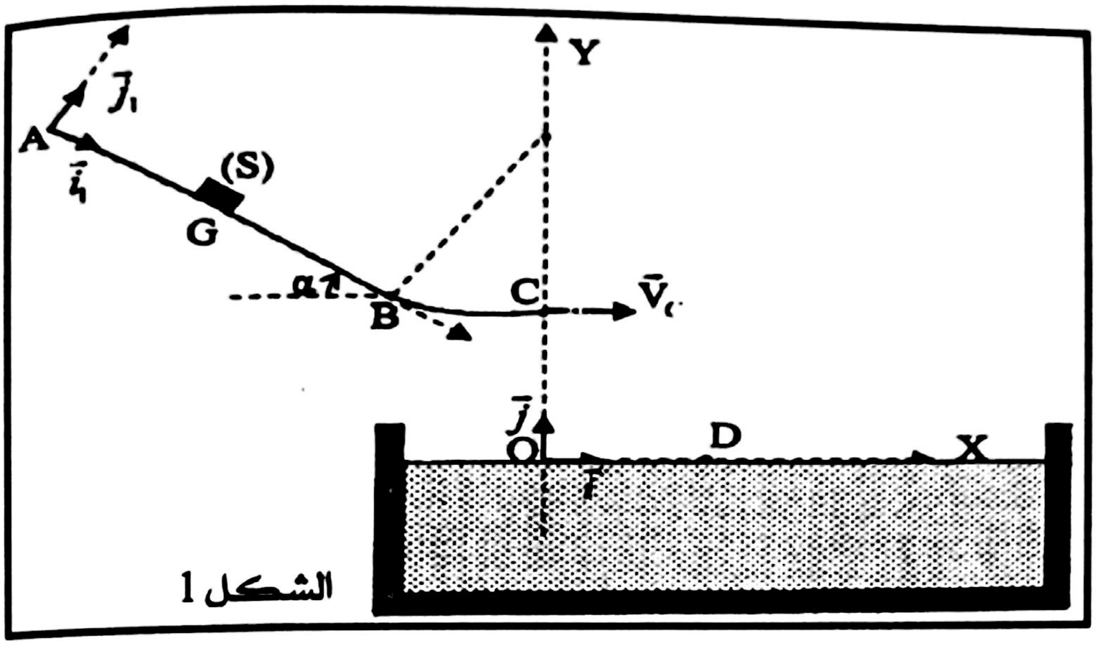
ب. حدد قيمة t_S لحظة مرور المتزلج من قمة المسار.

التمرين 17:

توجد المزلقات في المسابح لتمكين السباحين من الانزلاق و الغطس في الماء. ننمذج مزلقة مسبح بسكة ABC ، تتكون من جزء مستقيم AB يميل بزاوية α عن المستوي الأفقي، ومن جزء دائري BC ، و ننمذج السباح بجسم صلب (S) مركز عطالته G وكتلته m. أنظر الشكل 1.

المعطيات:

$AB = 2,4m$ ، $\alpha = 20^0$ ، $g = 9,8m\,s^{-2}$ ، $m = 70kg$.



الشكل 1

1ـ دراسة الحركة على السكة AB :

ينطلق، عند اللحظة $t=0$، الجسم (S) من الموضع A الذي نعتبره منطبقا على مركز العطالة G، بدون سرعة ابتدائية، فينزلق بدون احتكاك على السكة AB (الشكل 1).

ندرس حركة G في المعلم السطحي الأرضي $R_1\left(A,\vec{i}_1,\vec{j}_1\right)$ الذي نعتبره غاليليا.

بتطبيق قانون نيوتن الثاني جد:

1ـ1ـ إحداثيتي التسارع a_G في المعلم $R_1\left(A,\vec{i}_1,\vec{j}_1\right)$.

2ـ1ـ v_B سرعة G في النقطة B.

3ـ1ـ الشدة R للقوة التي يطبقها السطح AB على الجسم (S).

ندرس في بقية التمرين حركة G في المعلم $R\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ الذي نعتبره غاليليا (الشكل 1).

2ـ دراسة حركة G في الهواء:

يصل لجسم (S) إلى النقطة C بسرعة $v_C=4{,}67m\,s^{-1}$، فيغادرها عند لحظة نعتبرها مبدأ جديد للأزمنة.

يخضع الجسم (S) بالإضافة إلى ثقله إلى تأثير رياح اصطناعية ننمذجها بقوة أفقية ثابتة عبارتها: $\vec{f_1}=-f_1\vec{i}$

1ـ2ـ مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S).

2ـ2ـ جد عند اللحظة t عبارة v_x المركبة الأفقية لشعاع السرعة بدلالة: m, v_C, f_1 و t.

3ـ2ـ عند اللحظة $t_D=0{,}86s$، يصل G إلى النقطة D التي توجد على سطح الماء، حيث تنعدم المركبة الأفقية لسرعته.

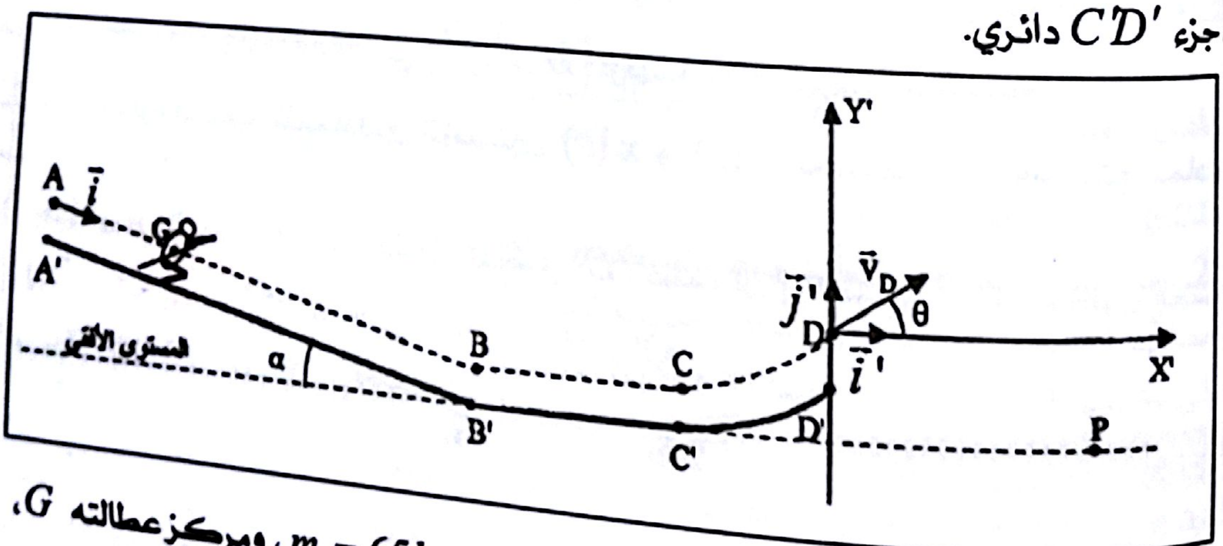
أ- احسب f_1 قيمة شدة القوة $\overrightarrow{f_1}$.
ب- حدد الارتفاع h للنقطة C عن سطح الماء.
3- دراسة حركة السقوط الشاقولي لـ G في الماء:
يتابع الجسم (S) حركته في الماء بسرعة شاقولية $\vec{v}$ حيث يخضع بالإضافة إلى ثقله إلى دافعة أرخميدس $\overrightarrow{F_A}$ شدتها $F_A = 616N$، وإلى قوة احتكاك مع المائع $\vec{f}$
عبارتها: $\vec{f} = 140v\,\vec{j}$. حيث نعتبر أن لحظة دخول الجسم (S) في الماء مبدأ جديد للأزمنة.
1.3- مثل القوى الخارجية المطبقة على الجسم (S) أثناء السقوط الشاقولي في الماء.
2.3- بين أن السرعة $v(t)$ للنقطة G تحقق المعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{dv(t)}{dt} - 2v + 1 = 0$$

3.3- جد قيمة السرعة الحدية $v_{\lim}$.

التمرين 18:

تعتبر رياضة التزحلق على الجليد من الرياضات الشتوية الأكثر انتشارا في المناطق الجبلية، حيث يسعى ممارسوا هذه الرياضة إلى تحقيق نتائج إيجابية وتحطيم أرقام قياسية.
يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة رياضي يمارس التزحلق على الجليد و على مسارات مختلفة.
تتكون حلبة التزحلق الممثلة في الشكل أسفله من ثلاثة أجزاء:
- جزء $A'B'$ مستقيم طوله $A'B' = 82,7m$، ويميل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 14^0$.
- جزء $B'C'$ مستقيم أفقي طوله $B'C' = L = 100m$.
- جزء $C'D'$ دائري.



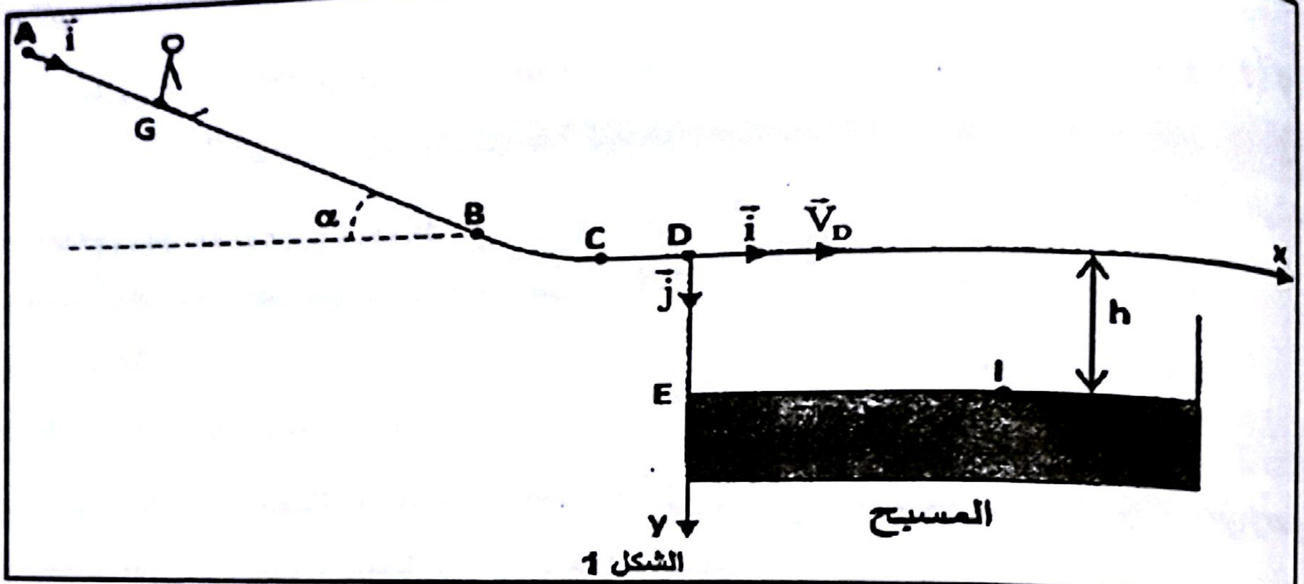
ينمذج الرياضي و لوازمه بجسم صلب (S) كتلته $m = 65kg$، ومركز عطالته G، و نأخذ $g = 10m\,s^{-2}$. يمر G أثناء حركته من المواضع C,B,A و D المبينة في الشكل، حيث $A'B' = AB$ و $B'C' = BC$.

1ـ دراسة الحركة على الجزء $A'B'$:
عند اللحظة $t = 0$ ينطلق (S) من الموضع A بدون سرعة ابتدائية، فينزلق الجسم (S) بدون احتكاك على الجزء $A'B'$.
1ـ1ـ مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجملة (S) خلال المرحلة $A'B'$.
1ـ2ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد عبارة التسارع a_G لحركة G بدلالة g و α.
1ـ3ـ حدد معللا جوابك طبيعة حركة G على هذا الجزء.
1ـ4ـ اعتمادا على المعادلات الزمنية للحركة، جد القيمة v_B لسرعة G عند مروره بالموضع B.
2ـ دراسة الحركة على الجزء $B'C'$:
يواصل الجسم (S) حركته على الجزء $B'C'$ حيث يخضع إلى احتكاك ننمذجه بقوة $\vec{f}$ ثابتة و مماسية للمسار.
نعتبر أن قيمة سرعة G في الموضع B لا تتغير عند انتقال الجسم (S) من المستوي المائل إلى المستوي الأفقي.
لدراسة حركة G على هذا الجزء، نختار المعلم $\left(B, \vec{i}, \vec{j}\right)$، و اللحظة التي يمر منها G بهذه النقطة كمبدأ للأزمنة.
2ـ1ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، حدد طبيعة حركة G على المسار BC.
2ـ2ـ جد عبارة الشدة f لقوة الاحتكاك بدلالة L, m, v_B و v_C سرعة G عند مروره من الموضع C، ثم احسب قيمتها. تعطى $v_C = 12 m\, s^{-1}$.
3ـ يغادر الجسم (S) الحلبة، يمر G من الموضع D عند لحظة نعتبرها مبدأ جديد للأزمنة، بسرعة $\overrightarrow{v_D}$ تصنع زاوية $\theta = 45^0$ مع المستوي الأفقي، فيسقط الجسم (S) في الموضع P.
ندرس حركة G في المعلم الغاليلي $\left(D, \vec{i}', \vec{j}'\right)$ و نهمل تأثير الهواء أثناء الحركة.
3ـ1ـ جد العبارة الحرفية للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G، واستنتج معادلة المسار.
3ـ2ـ حدد v_D سرعة G عند مغادرته الموضع D، علما أن إحداثيتي G لما يكون الجسم (S) في الموضع P هما $x_G = 15m$ و $y_G = -5m$.

التمرين 19:

من بين الألعاب التي تجلب اهتمام الكبار و الصغار التزحلق فوق مزلقة مسبح (Toboggan) لتحقيق أفضل سقوط في ماء المسبح بعد مغادرته المزلقة.
يهدف هذا التمرين إلى تحديد بعض المقادير الحركية و التحريكية المميزة لحركة G مركز عطالة طفل فوق جزء من مزلقة مسبح و بعد مغادرته لها.
ينزلق طفل مركز عطالته G وكتلته m فوق مزلقة مسبح مكون من جزء مستقيم AB

يميل عن المستوي الأفقي بزاوية α، وجزء BC دائري وجزء CD مستقيم وأفقي، يوجد على ارتفاع h من سطح ماء المسبح، أنظر الشكل 1.



الشكل 1

المعطيات:

- جميع الاحتكاكات مهملة. - $g = 10 m.s^{-2}$.
- $AB = 10m$. - $DE = h = 1,8m$.

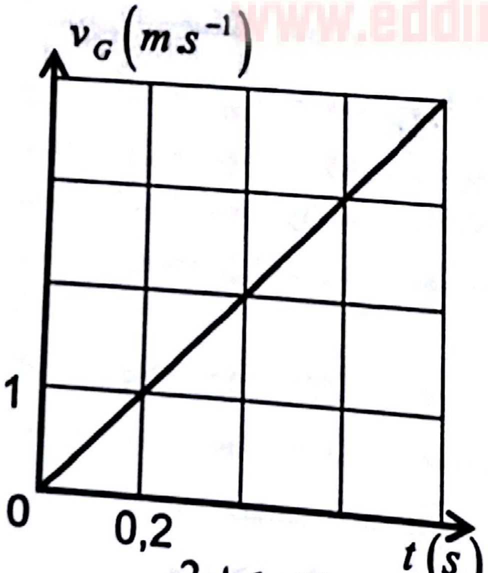
1. دراسة حركة مركز عطالة الطفل على الجزء AB:

ينطلق الطفل عند اللحظة $t = 0$ بدون سرعة ابتدائية من الموضع A، فينزلق على الجزء AB، لدراسة حركة G نختار معلما $(A, \vec{i})$ مرتبطا بالأرض حيث $x_G = x_A = 0$ عند اللحظة $t = 0$.

1.1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها الفاصلة x_G لمركز عطالة الطفل تكتب كما يلي: $\frac{d^2x_G}{dt} = g.\sin\alpha$،

استنتج طبيعة حركة G.

2.1- بعد تصوير حركة الطفل بواسطة كميرا رقمية ومعالجة المعطيات بواسطة برنامج مناسب تم الحصول على مخطط السرعة لمركز العطالة G والممثل في الشكل 2.



الشكل 2

أ- جد بيانيا قيمة التسارع a_G.

ب- حدد قيمة المدة الزمنية التي قطع فيها الطفل الجزء AB.

2. دراسة حركة مركز عطالة الطفل في مجال الجاذبية الأرضية:

يغادر مركز عطالة الطفل المزلقة عند الموضع D بسرعة أفقية $\overrightarrow{v_D}$ شدتها $v_D = 11 m.s^{-1}$

عند لحظة نعتبرها مبدأ جديد للأزمنة $(t=0)$ ليسقط في ماء المسبح، لدراسة حركة G نختار معلما متعامدا و متجانسا $(D,\vec{i},\vec{j})$ أنظر الشكل 1.

1.2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد العبارة الحرفية للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة مركز العطالة G. ثم استنتج معادلة مسار حركة G.

2.2- يصل G إلى سطح الماء في الموضع I بالسرعة $\overrightarrow{v_1}$.

أ- تحقق أن قيمة لحظة وصول G إلى I هي: $t_1 = 0,6s$.

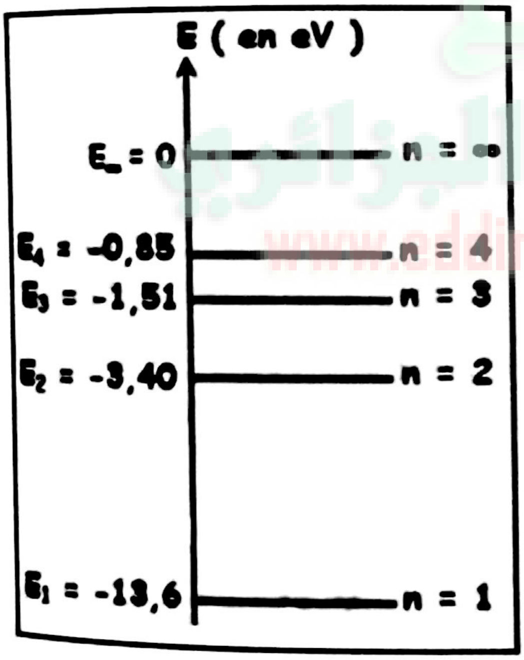
ب- احسب قيمة v_1.

جـ- حدد قيمة x_1 فاصلة النقطة I.

3.2- يصل طفل آخر كتلته m' حيث $m' \rangle m$ إلى الموضع D بنفس السرعة $\overrightarrow{v_D}$ التي وصل بها الطفل الأول. -هل تتغير قيمة x_1؟ علل جوابك.

التمرين 20:

يبين الشكل المقابل مخططا مختصرا لمستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين.



1- وضح الحالة التي تكون عليه ذرة الهيدروجين:

أ- من أجل: $(n=1)$ ب- من أجل: $(n \rangle 1)$

جـ- من أجل $(n=\infty)$.

2- تتأثر ذرة الهيدروجين وهي في الحالة $(n=2)$ بضوء ثنائي الموجة طولا موجتيه $\lambda_{rouge} = 657nm$ و $\lambda_{vert} = 520nm$ فتمتص موجة واحدة.

أ- بين أي موجة تمتص، و عين رتبة مستوى الطاقة الذي ينتقل إليه الإلكترون بعد هذا التأثر.

ب- ماذا يمكن القول عن الطاقة التي تتعامل معها الذرات؟

جـ- ما هي طبيعة الضوء الذي تبينه التجربة: موجية أم جسيمية؟

3- تنتقل ذرة الهيدروجين من الحالة حيث يكون مستوى الطاقة $(n=4)$ إلى الحالة حيث يكون مستوى الطاقة $(n=3)$.

أ- هل يوافق هذا الانتقال إصدار أم امتصاص لفوتون؟

ب- أحسب تواتر و طول موجه هذا الفوتون.

جـ- هل ينتمي هذا الإشعاع إلى الإشعاعات المرئية. علل.

المعطيات: ثابت بلانك: $h = 6,62\times10^{-34} J.s$ ، $1nm = 10^{-9} m$ ، $c = 3\times10^{8} m.s^{-1}$

$1eV = 1,6\times10^{-19} J$ ، مجال الضوء المرئي: $\lambda \in [400,800] nm$

حلول التمارين:
تطور جملة ميـكانيـكية

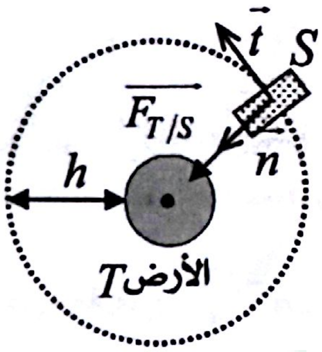
حل التمرين 01

.اختيار الجواب الصحيح:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
أ	ب	ب	ب	أ	أ	ب	أ	أ	جـ

حل التمرين 02

1.1. تمثيل القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي:



.عبارة شدة قوة الجذب العام: $F_{T/S} = G\dfrac{M_T .m_S}{(R_T + h)^2}$

2.1. أ. المرجع المناسب لدراسة حركة هذا القمر:

هو المرجع الجيو مركزي.

ب. الفرضية: المرجع الجيو مركزي عطالي (مدة الحركة تكون أقل بكثير من مدة دوران الأرض حو الشمس).

3.1. طبيعة حركة القمر الاصطناعي S :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m_S \vec{a}$

وبالإسقاط وفق المحور المماسي $\vec{t}$ نجد: $0 = \dfrac{dv}{dt} = a_T \Leftarrow v = cte$

.بما أن المسار دائري و السرعة ثابتة فإن حركة القمر الصناعي هي حركة دائرية منتظمة.

4.1. عبارة كل من: السرعة v و الدور T :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m_S \vec{a}$ و بالإسقاط على المحور الناظمي $\vec{n}$ نجد:

ومنه: $F = m_S a_n$ $\quad F_{T/S} = G\dfrac{M_T .m_S}{(R_T + h)^2} = m_S .a_n$ إذن: $a_n = \dfrac{G.M_T}{(R_T + h)^2}$.

ومنه: $\dfrac{G.M_T}{(R_T + h)^2} = \dfrac{v^2}{(R_T + h)} = a_n$ إذن: $v = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{(R_T + h)}}$

.عبارة الدور T:

$$T = \frac{2\pi (R_T + h)}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G.M_T}}$$

ـ استنتاج عبارة القانون الثالث لكبلر:

لدينا: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}$ ومنه: $T^2 = 4\pi^2.\dfrac{(R_T+h)^3}{G.M_T}$

إذن: $\dfrac{T^2}{(R_T+h)^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M_T} = k = cte$

1.2ـ معادلة البيان:

البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته: $T^2 = \alpha.r^3$

حيث $\alpha = 10\times10^{-14}s^2m^{-3}$ ميل المستقيم

إذن: $T^2 = 10\times10^{-14}r^3$ أي: $\dfrac{T^2}{r^3} = 10\times10^{-14}\left(s^2.m^{-3}\right)$.

ـ البيان يتوافق مع قانون كبلر الثالث (مربع الدور T يتناسب طردا مع مكعب نصف القطر r).

2.2ـ استنتاج كتلة الأرض M_T :

من العلاقتين: $\dfrac{T^2}{r^3} = 10\times10^{-14}\left(s^2.m^{-3}\right)$ و $\dfrac{T^2}{(R_T+h)^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M_T}$

نستنتج أن: $\dfrac{4\pi^2}{G.M_T} = 10\times10^{-14}s^2.m^{-3}$

ومنه: $M_T = \dfrac{4\pi^2}{10\times10^{-14}G}$ إذن: $M_T = 5,92\times10^{24}kg$.

3.2ـ استنتاج دور القمر الصناعي $Galiléo$:

$r_G = R_T + h = 6380 + 23600 = 29980km$

و من العلاقة: $T^2 = 10\times10^{-14}r^3$ نجد: $T_G = 51961,5s$

ـ سرعة القمر الصناعي:

من العلاقة $v = \dfrac{2\pi(R_T+h)}{T_G}$ نجد: $v = 3,623\times10^3 m.s^{-1}$.

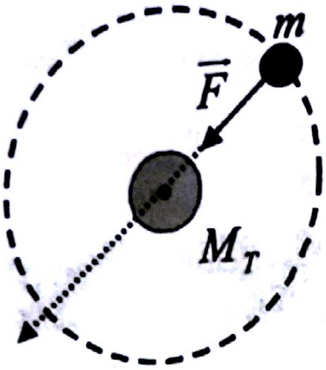
حل التمرين 03

1ـ التعاريف:

جيو مستقر: نقول عن قمر اصطناعي أنه جيو مستقر إذا كان ساكنا بالنسبة لمرجع سطحي أرضي، أي يدور في نفس جهة دوران الأرض حول نفسها و له نفس دورها حول نفسها.

الحركة الدائرية المنتظمة: نقول عن جسم أنه يتحرك بحركة دائرية منتظمة إذا كان مساره دائري و سرعته ثابتة في الشدة و متغيرة في الاتجاه.

2.أ.تمثيل القمر الاصطناعي، الأرض، مسار الحركة، شعاع القوة المؤثرة على القمر من طرف الأرض:



ب.عبارة تسارع الحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ وبالإسقاط على المحور الناظمي نجد: $F = m\,a_n$

ومنه: $$a = a_n = \frac{F}{m} = \frac{402}{1827} = 0,22 m\,s^{-2}$$

جـ.حساب ارتفاع هذا القمر الاصطناعي عن سطح الأرض:

لدينا مما سبق $$a_n = \frac{F}{m} = \frac{G\dfrac{M_T.m}{(R_T+h)^2}}{m} = \frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$$

ومنه: $$h = \sqrt{\frac{G.M_T}{a_n}} - R_T$$ إذن: $$h = 36,25\times10^6 m = 36250 km$$

د.استنتاج السرعة المدارية لهذه الحركة:

$$v = \frac{2\pi(R_T+h)}{T} = 3,1 km\,s^{-1}$$

3.أ.نص قانون كبلر الثالث: "إن مربع دور حركة كوكب حول الشمس يتناسب طردا مع مكعب البعد المتوسط لهذا الكوكب عن مركز الشمس أي: $\frac{T^2}{a^3} = cte$"

ب.حساب دور حركة القمر الاصطناعي الجزائري T_A:

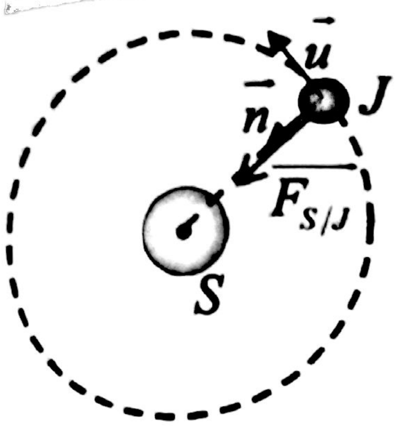
$$\frac{T_N^2}{(R_T+h)_N^3} = \frac{T_A^2}{(R_T+h)_A^3} = cte$$

ومنه: $$T_A = \sqrt{\left(\frac{(R_T+h)_A}{(R_T+h)_N}\right)^3} \times T_N = 5822 s = 97 \min$$

جـ.طبيعة القمر الاصطناعي $ALSAT\,1$:

بما أن: $T_A \neq T = 86400 s$ فدوره يختلف عن دور حركة الأرض حول نفسها فهو ليس بقمر اصطناعي جيو مستقر.

حل التمرين 04



1.1ـ الشكل التوضيحي:

2.1ـ عبارة شدة قوة الجذب العام بين الشمس و المشتري:

$$F_{S/J}=G\frac{M_S.M_J}{r^2}$$

2.1ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

أـ إيجاد إحداثيتي شعاع التسارع:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة المدروسة (كوكب المشتري) في المرجع المركزي الشمسي نجد:

$\sum\overrightarrow{F_{ext}}=M_J\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\overrightarrow{F_{S/J}}=M_J\overrightarrow{a_G}$

و بالإسقاط وفق المحور الناظمي نجد: $F_{S/J}=G\frac{M_S.M_J}{r^2}=M_J a_n$

إذن: $a_n=G\frac{M_S}{r^2}$ و بالإسقاط على المحور المماسي نجد: $a_T=0$

ـ طبيعة حركة المشتري: بما أن $a_T=\frac{dv}{dt}=0$ فإن $v=cte$

بما أن المسار دائري و السرعة ثابتة فإن حركة كوكب المشتري حركة دائرية منتظمة.

بـ إثبات القانون الثالث لكبلر:

حركة كوكب المشتري دائرية منتظمة دورها $T_J=\frac{2\pi r}{v}$ ومنه: $T_J^2=\frac{4\pi^2 r^2}{v^2}$......(1)

ولدينا مما سبق: $a_n=G\frac{M_S}{r^2}=\frac{v^2}{r}$ و عليه: $v^2=G\frac{M_S}{r}$

و بالتعويض في العلاقة (1) نجد: $T_J^2=\frac{4\pi^2r^2}{G\frac{M_S}{r}}$ إذن: $\frac{T_J^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{G.M_S}$

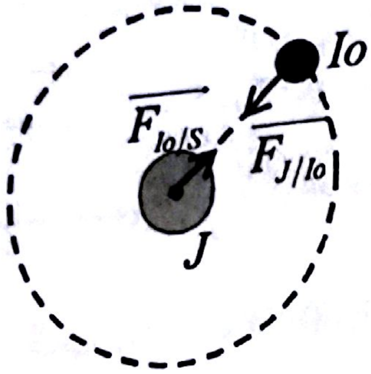
3.1ـ حساب قيمة r :

من العلاقة $\frac{T_J^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{G.M_S}$ نجد: $r=\sqrt[3]{\frac{G.M_ST_J^2}{4\pi^2}}\approx 7,8\times10^{11}m$.

4.1ـ حساب قيمة السرعة v:

$$v=\frac{2\pi r}{T_J}=13100m.s^{-1}=13,1km.s^{-1}$$

2.تحديد كتلة المشتري:



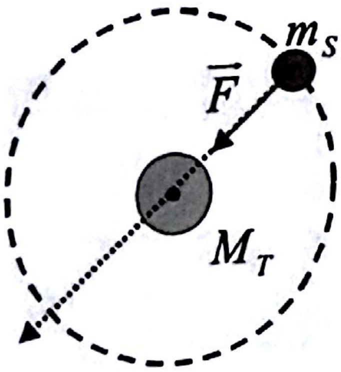
بدراسة حركة القمر إيو Io حول المشتري J وباستغلال نتائج الأسئلة السابقة (باتباع نفس السؤال 1-2-ب) نكتب قانون كبلر على الشكل التالي:

$$\frac{T_{Io}^2}{r'^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_J} \quad \text{ومنه:} \quad M_J = \frac{4\pi^2 . r'^3}{G T_{Io}^2}$$

ت ع: $M_J \approx 1,28 \times 10^{27} kg$

حل التمرين 05

1.حساب البعد المتوسط d لهذا القمر عن مركز الأرض:



$$d = \frac{h_1 + h_2 + 2R_T}{2} = 24597,5km$$

2

أ.تمثيل: الأرض، القمر هيباركوس، المدار، و قوة الجذب :

ب.طبيعة حركة هذا القمر:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة القمر في المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{F_{T/S}} = m_s \overrightarrow{a_G}$ وبالإسقاط على المحور الناظمي نجد: $F_{T/S} = m_s a_n$

ومنه: $a_n = \frac{F_{T/S}}{m_s}$ ومنه: $a_n = \frac{v^2}{d} = \frac{F_{T/S}}{m_s}$ وعليه: $v = \sqrt{\frac{F_{T/S}}{m_s} d} = cte$

وبما أن المسار دائري و السرعة ثابتة فإن حركة القمر حركة دائرية منتظمة.

جـ.عبارة السرعة المدارية للقمر و قيمته:

بتعويض العبارة: $F_{T/S} = G\frac{M.m_S}{d^2}$، في العبارة $v = \sqrt{\frac{F_{T/S}}{m_s} d}$

نجد: $v = \sqrt{\frac{G.M}{d}} = 4,03 \times 10^3 m.s^{-1} = 4,03 km.s^{-1}$.

د.حساب دور حركة القمر:

$$T = \frac{2\pi d}{v} = 38330,6s = 10h39\min$$

.هذه القيمة تختلف عن دور حركة الأرض حول نفسها $(24h)$ فهو ليس جيو مستقر.

3.أ. لا يمكن اعتبار أن الحركة منتظمة في المدارات الإهليليجية لأن السرعة تتناقص كلما تم الإبتعاد عن مركز الدوران، و تتزايد بالاقتراب منه.

ب- حساب السرعة عند أقرب و عند أبعد نقطة عن مركز الأرض:

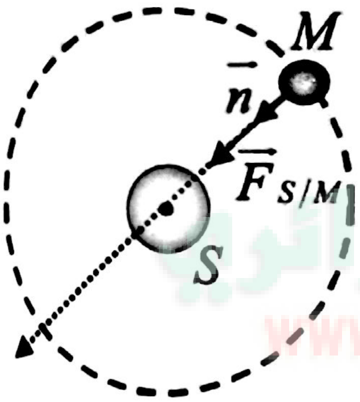
لدينا مما سبق: $v = \sqrt{\frac{G.M}{d}}$ وعليه:

-عند أقرب نقطة: $v_1 = \sqrt{\frac{G.M}{(R_T + h_1)}} = 7,60 km\, s^{-1}$

-عند أبعد نقطة: $v_2 = \sqrt{\frac{G.M}{(R_T + h_2)}} = 3,07 km\, s^{-1}$

حل التمرين 06

1.1- تمثيل بيانيا القوة التي تطبقها الشمس على كوكب المريخ:



2.1- عبارة شدة القوة $\overrightarrow{F_{S/M}}$ التي تطبقها الشمس على المريخ:

$$F_{S/M} = G\frac{M_M M_S}{r^2}$$

3.1

أ- طبيعة حركة كوكب المريخ:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كوكب المريخ في المعلم المركزي الشمسي نجد:

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{F_{S/M}} = M_M \overrightarrow{a_G}$$

و بالإسقاط وفق المحور الناظمي نجد: $a_n = \frac{G.M_S}{r^2} = \frac{v^2}{r}$......(1)

و بالإسقاط وفق المحور المماسي نجد: $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه: $v = cte$

- بما أن المسار دائري و السرعة ثابتة فالحركة دائرية منتظمة.

ب- إيجاد العلاقة بين الدور T_M ونصف القطر r :

نعلم أن: $T_M = \frac{2\pi r}{v}$ ومن العلاقة (1) نجد أن: $v = \sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$

وعليه: $T_M^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 . r^3}{G.M_S}$ إذن: $\frac{T_M^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$

حساب قيمة r : $r=\sqrt[3]{\dfrac{T_M^2.G.M_S}{4\pi^2}}=2,3\times10^{11}m$

4.1. إيجاد قيمة السرعة v:

$$v=\frac{2\pi r}{T_M}=24334m.s^{-1}=24,334km.s^{-1}$$

2. إيجاد كتلة كوكب المريخ M_M :

باتباع نفس الخطوات السابقة (السؤال 1-3-ب) نجد أن:

$\dfrac{T_p^2}{r^3}=\dfrac{4\pi^2}{G.M_M}$ ومنه: $M_M=\dfrac{4\pi^2.r^3}{GT_p^2}=\dfrac{4\pi^2.(Z+R_M)^3}{GT_p^2}$

ت ع: $M_M=6,53\times10^{23}kg$

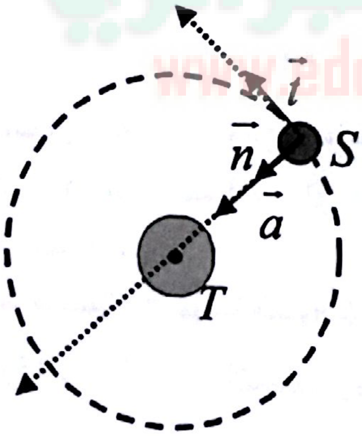
حل التمرين 07

المرحلة الأولى: وضع القمر الاصطناعي في مدار دائري أدنى.

1- العبارة الشعاعية لقوة الجذب $\overrightarrow{F}_{T/S}$: $\overrightarrow{F_{T/S}}=G\dfrac{m.M_T}{(R_T+h)^2}\overrightarrow{n}$

2- عبارة شعاع التسارع $\overrightarrow{a_S}$ لمركز عطالة القمر الصناعي:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (القمر الصناعي) في المعلم الجيو مركزي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\overrightarrow{a_S}$



ومنه: $\overrightarrow{F_{T/S}}=G\dfrac{m.M_T}{(R_T+h)^2}\overrightarrow{n}=m\overrightarrow{a_S}$

إذن: $\overrightarrow{a_S}=\dfrac{G.M_T}{(R_T+h)^2}\overrightarrow{n}$

3- تمثيل الشكل المطلوب:

4- عبارة السرعة v_s لمركز عطالة القمر الاصطناعي:

بإسقاط العلاقة الشعاعية $\overrightarrow{a_S}=\dfrac{G.M_T}{(R_T+h)^2}\overrightarrow{n}$ وفق المحور الناظمي نجد:

$$a_n=\frac{v_S^2}{(R_T+h)}=\frac{G.M_T}{(R_T+h)^2}$$

ومنه: $v_S = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{(R_T+h)}}$ ت ع: $v_S = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{(R_T+h)}} \approx 7,6\times10^3 m.s^{-1}$

5ـ

ـ يمثل T دور حركة القمر الصناعي حول الأرض.

ـ عبارة الدور T:

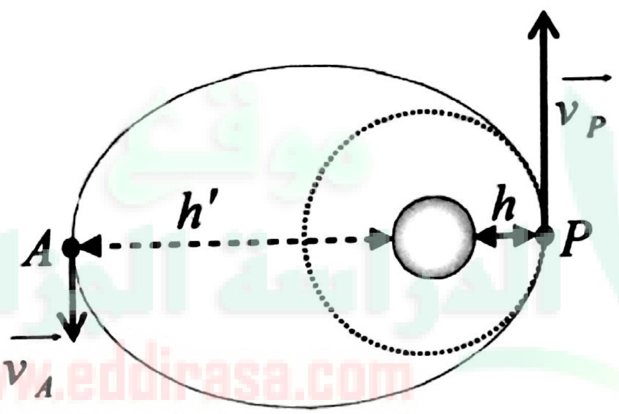
نعلم أن: $T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi(R_T+h)}{v}$ ومنه: $T = 2\pi(R_T+h)\sqrt{\dfrac{(R_T+h)}{G.M_T}}$

إذن: $T^2 = \dfrac{4\pi^2(R_T+h)^3}{G.M_T}$

<u>المرحلة الثانية</u>: تحويل القمر الاصطناعي إلى مدار جيو مستقر.

1ـ نص قانون كبلر الثاني: "يمسح المستقيم الرابط بين كوكب و الشمس مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متماثلة"

2ـ الشكل التوضيحي:



ـ خلال نفس المدة Δt يمسح المستقيم الرابط بين القمر الصناعي و الأرض نفس المساحة $S_1 = S_2$ و لكن، المسافة (طول القوس) المقطوع بجوار النقطة P أكبر من طول القوس عند جوار النقطة A.

و من هذا نستنتج أن قيمة السرعة عند النقطة P أكبر من قيمة السرعة عند النقطة A.

3ـ عبارة البعد $\overline{AP}$ بدلالة كل من R_T و h و h':

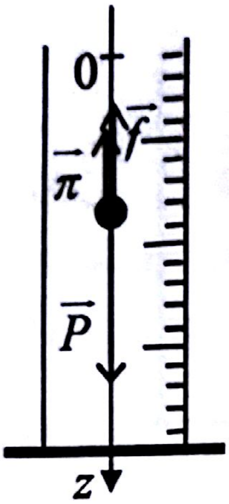
$$\overline{AP} = h + h' + 2R_T = 4,94\times10^7 m$$

4ـ المدة الزمنية Δt التي تمكن القمر الاصطناعي من الانتقال من النقطة P إلى النقطة A:

$$\Delta t = \frac{T'}{2} = 5h\,21\min$$

5ـ بما أن الأقمار الاصطناعية تتحرك في نفس مستوى خط الإستواء، فمن المستحسن أن تطلق بالقرب من المناطق الواقعة عليه توفيرا للطاقة الواجب إعطاؤها لها.

1. المعادلة التفاضلية لحركة G:



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة المدروسة (الكرية) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\vec{P} + \vec{f} + \vec{\pi} = m\overrightarrow{a_G}$

وبالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Oz})$ نجد: $P - f - \pi = m\,a_G$

ومنه: $m.g - k\,v_G - \rho V\,.g = m.\dfrac{dv_G}{dt}$

وعليه: $\dfrac{dv_G}{dt} + \dfrac{k}{m}v_G = g\left(1 - \dfrac{\rho V}{m}\right)$

إذن يمكن كتابة المعادلة التفاضلية على الشكل: $\dfrac{dv_G}{dt} + Av_G = B$

حيث: $A = \dfrac{k}{m}$ و $B = g\left(1 - \dfrac{\rho V}{m}\right)$.

2. حل المعادلة التفاضلية:

لدينا: $v_G(t) = \dfrac{B}{A}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ بالاشتقاق بالنسبة للزمن: $\dfrac{dv_G}{dt} = \dfrac{B}{A.\tau}e^{-t/\tau}$

وبالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $\dfrac{B}{A.\tau}e^{-t/\tau} + A\dfrac{B}{A}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = B$

ومنه: $Be^{-t/\tau} + B - Be^{-t/\tau} = B$ ومنه: $B = B$

إذن: $v_G(t) = \dfrac{B}{A}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية.

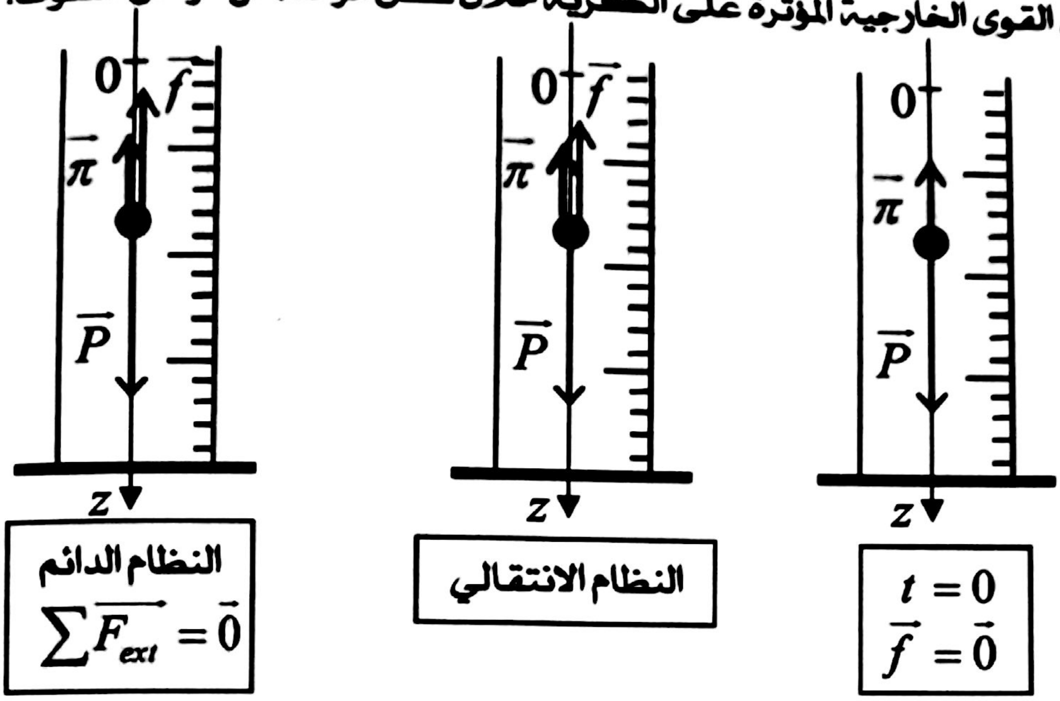
3. عبارة السرعة الحدية $v_{\lim}$:

عند بلوغ النظام الدائم $\dfrac{dv_G}{dt} = 0$ ومنه: $Av_{\lim} = B$ وعليه: $v_{\lim} = \dfrac{B}{A}$.

4. تحديد بيانيا قيمتي $v_{\lim}$ و τ:

- نقرأ من المنحنى البياني قيمة السرعة الحدية: $v_{\lim} = 1,5m\,s^{-1}$.
- الزمن المميز τ يمثل فاصلة نقطة تقاطع المماس عند المبدأ $t = 0$ مع المستقيم القارب للمنحني وعليه نقرأ: $\tau = 0,20s$

5ـ تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية خلال كل مرحلة من مراحل سقوط:



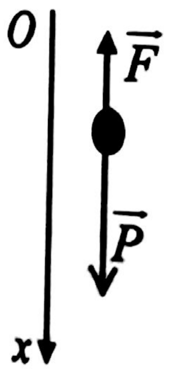
6ـ إيجاد قيمة الثابت k :

لدينا: $A = \dfrac{k}{m}$ ومنه: $k = m A = \dfrac{m}{\tau} = 2,05 \times 10^{-2} kg\, s^{-1}$.

حل التمرين 09

1ـ دراسة حركة الكرية في الهواء:

1ـ1ـ تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية أثناء سقوطها:



2ـ1ـ عبارة F بدلالة t_1 و v_1, ρ_1, g, V:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (كرية) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\, \overrightarrow{a_G}$

ومنه: $\vec{P} + \vec{F} = m\, \overrightarrow{a_G}$ وبالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Ox})$ نجد:

$$P - F = m\, a_G = \rho_1 V\, a_G.$$

خلال المجال الزمني $[0, t_1]$: عبارة السرعة هي: $v_1 = a_G\, t_1$ ومنه: $a_G = \dfrac{v_1}{t_1}$

نستنتج عبارة F: $F = P - \rho_1 V\, a_G$

أي: $F = \rho_1 V . g - \rho_1 V . \dfrac{v_1}{t_1} = \rho_1 V \left(g - \dfrac{v_1}{t_1} \right)$ إذن: $F = \rho_1 V \left(g - \dfrac{v_1}{t_1} \right)$

3ـ1ـ استنتاج v_1 و t_1:

ـ نقرأ من المنحنى: $v_1 = 3 m\, s^{-1}$ و $t_1 = 0,35 s$

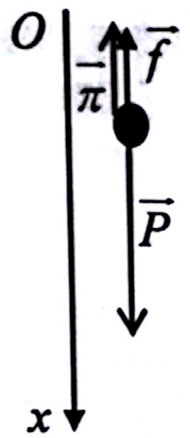
-حساب قيمة شدة $\vec{F}$: $F = \rho_1 V\left(g - \frac{v_1}{t_1}\right) = 1,4\times10^{-2} N$

2. دراسة حركة الكرية داخل السائل اللزج:

1.2. تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية:

2.2. المعادلة التفاضلية للحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (كرية) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\vec{P} + \vec{f} + \vec{\pi} = m\,\overrightarrow{a_G}$ وبالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Ox})$



نجد: $P - f - \pi = m\,a_G$

ومنه: $\rho_1 V.g - k\,v_G - \rho_2 V.g = \rho_1 V \frac{dv_G}{dt}$

إذن: $\frac{dv_G}{dt} = \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right).g - \frac{k}{\rho_1 V} v_G$

3.2. التحقق من صحة المعادلة التفاضلية (1):

نحسب المقدار $\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right).g$: $\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right).g = 5,2 m.s^{-2}$

ومن المعادلة (1) عند بلوغ النظام الدائم $\frac{dv_G}{dt} = 0$ فإن: $v_G = v_{\lim} = \frac{5,2}{26} = 0,2 m.s^{-1}$

وباستغلال المنحنى، ففي النظام الدائم $v_{\lim} = 0,2 m.s^{-1}$

إذن المعادلة التفاضلية (1)...... $\frac{dv_G}{dt} = 5,2 - 26 v_G$ معادلة صحيحة.

4.2. التحليل البعدي للثابت k:

نعلم أن $f = k.v$ ومنه: $[k] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{[M].[L].[T]^{-2}}{[L].[T]^{-1}} = [M].[T]^{-1}$

إذن الثابت k يقدر بوحدة: $kg.s^{-1}$

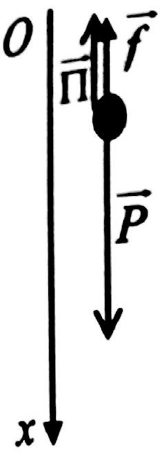
-حساب قيمة الثابت k:

بالمطابقة بين المعادلتين: $\frac{dv_G}{dt} = \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right).g - \frac{k}{\rho_1 V} v_G$ و $\frac{dv_G}{dt} = 5,2 - 26 v_G$

نجد أن: $\frac{k}{\rho_1 V} = 26$ ومنه: $k = 26.\rho_1 V \simeq 0,3 kg.s^{-1}$.

1ـ دراسة حركة الكرية (a):

1.1ـ المعادلة التفاضلية لحركة الكرية (a):



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (كرية (a)) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

ومنه: $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\vec{a}$ وبالإسقاط وفق المحور $(\overline{Ox})$ نجد:

$$m.g - \rho_0 V.g - 6\pi.\eta.r v = m\frac{dv}{dt}$$

حيث: $m = \rho V$ و $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$.

إذن: $\rho V.g - \rho_0 V.g - 6\pi\eta r v = \rho V.\frac{dv}{dt}$

ومنه: $\frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho_0 V}{\rho V}.g - \frac{6\pi\eta r}{\rho V}v$

ومنه: $\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) - \frac{6\pi\eta r}{\rho.(4/3).\pi.r^3}v$ أي: $\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) - \frac{9\eta}{2\rho.r^2}v$

بوضع: $C = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$ و $\frac{1}{\tau} = \frac{9\eta}{2\rho.r^2}$ نكتب المعادلة التفاضلية على الشكل:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C.$$

2.1ـ حساب قيمة τ:

بما أن $\frac{1}{\tau} = \frac{9\eta}{2\rho.r^2}$ فإن $\tau = \frac{2\rho.r^2}{9\eta} = 4,51\times10^{-2}s$

و $C = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 6,15m.s^{-2}$

3.1ـ قيمة السرعة الحدية v_l للكرية (a):

السرعة الحدية: هي قيمة السرعة عند بلوغ النظام الدائم $\frac{dv}{dt} = 0$ وتكتب المعادلة التفاضلية في هذه الحالة على الشكل التالي: $\frac{v_l}{\tau} = C$ ومنه: $v_l = \tau.C = 0,277m.s^{-1}$.

2.دراسة مقارنة لحركتي الكريتين (a) و (b):

1.2. الكرية التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية (النظام الدائم) هي التي توافق أكبر مقدار لـ τ.

حسب نتيجة السؤال 1-1-1 لدينا: $\tau = \dfrac{2\rho.r^2}{9\eta}$

ومنه: $\tau' = \dfrac{2\rho.r'^2}{9\eta} = \dfrac{2\rho.(2r)^2}{9\eta} = 4\dfrac{2\rho.r^2}{9\eta} = 4\tau$

إذن: $\tau \langle \tau'$ ومنه نستنتج أن الكرية (b) هي التي تستغرق مدة أطول لبلوغ النظام الدائم.

2.2 حساب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين (a) و (b) إلى قعر الأنبوب:

كل كرية تقطع نفس المسافة H خلال مرحلتين: النظام الدائم و النظام الانتقالي.

-بالنسبة للكرية (a) تقطع المرحلة الأولى (d_1) خلال مدة زمنية قدرها $t_1 = 5\tau$ وتقطع المرحلة الثانية بسرعة ثابتة v_l خلال مدة زمنية قدرها $t_2 = \dfrac{H-d_1}{v_l}$.

إذن: $t = t_1 + t_2 = 5\tau + \dfrac{H-d_1}{v_l} = 3,65s$.

-بالنسبة للكرية (b) تقطع المرحلة الأولى (d_2) خلال مدة زمنية قدرها $t'_1 = 5\tau'$ وتقطع المرحلة الثانية بسرعة ثابتة v'_l خلال مدة زمنية قدرها $t'_2 = \dfrac{H-d_2}{v'_l}$.

$$v'_l = \tau'.C = 4\tau.C = 4v_l$$

إذن: $t' = t'_1 + t'_2 = 5\tau' + \dfrac{H-d_2}{v'_l} = 0,90 + 0,18 = 1,08s$

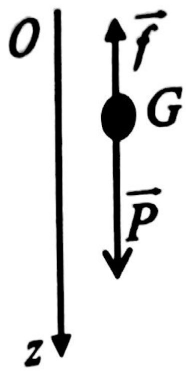
-المدة الزمنية الفاصلة بينهما هي: $\Delta t = \left[5\tau + \dfrac{H-d_1}{v_l}\right] - \left[5\tau' + \dfrac{H-d_2}{v'_l}\right] = 2,57s$

حل التمرين 11

1.المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (المظلي) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$ وبالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Oz})$ نجد:

$P - f = ma$ ومنه: $m.g - kv^2 = m.\dfrac{dv}{dt}$



إذن: $\dfrac{dv}{dt} = g - \dfrac{k}{m}v^2 = g\left(1 - \dfrac{k}{m.g}v^2\right) = g\left(1 - \dfrac{1}{\dfrac{m.g}{k}}v^2\right)$

نضع: $\alpha^2 = \dfrac{m.g}{k}$ ومنه: $\alpha = \sqrt{\dfrac{m.g}{k}}$

وعليه يمكن كتابة معادلة التفاضل على الشكل التالي:

$$\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{v^2}{\alpha^2}\right)$$

2ـ اختيار الجواب الصحيح مع التعليل:

يمثل المقدار α : السرعة الحدية للمجموعة (S).

التعليل: في حالة بلوغ النظام الدائم تبقى السرعة ثابتة و $\dfrac{dv}{dt} = 0$

أي: $1 - \dfrac{v_{\lim}^2}{\alpha^2} = 0$ ومنه: $\alpha = v_{\lim}$

3ـ تحديد قيمة α بيانيا:

بما أن: $\alpha = v_{\lim}$ نقرأ من البيان: $\alpha = v_{\lim} = 5m.s^{-1}$

4ـ استنتاج قيمة الثابت k :

من العبارة: $\alpha^2 = \dfrac{m.g}{k}$ ومنه: $k = \dfrac{m.g}{\alpha^2} = 39,2kg.m^{-1}$

حل التمرين 12

1ـ نشأة و حركة الفقاعة:

1ـ1ـ جهة دافعة أرخميدس $\overrightarrow{F_A}$: نحو الأعلى أي في نفس جهة حركة (صعود) الفقاعة.

ـ حاملها: المحور الشاقولي.

1ـ2ـ العبارة الحرفية لقيمة $\overrightarrow{F_A}$ بدلالة الحجم V_0 للفقاعة:

$$F_A = \rho_e V_0 \cdot g$$

2ـ صعود الفقاعة:

2ـ1ـ دراسة حركة الفقاعة دون احتكاك:

2ـ1ـ1ـ تبيين أن الثقل $\overrightarrow{P_0}$ للفقاعة قيمته مهملة أمام قيمة دافعة أرخميدس F_A :

$$P_0 = m.g = \rho_{dc} V_0 \cdot g \quad \text{و} \quad F_A = \rho_e V_0 \cdot g$$

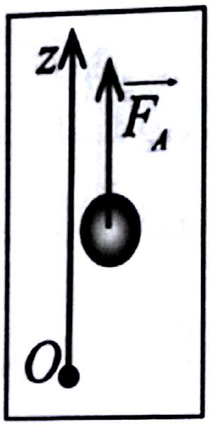
وعليه: $\dfrac{P_0}{F_A}=\dfrac{\rho_{dc}V_0\cdot g}{\rho_e V_0\cdot g}=\dfrac{\rho_{dc}}{\rho_e}=\dfrac{1,8}{10^3}=1,8\times10^{-3}$

بما أن: $\dfrac{P_0}{F_A}=1,8\times10^{-3}\ll 1$

فإنه يمكن إهمال ثقل الفقاعة أمام شدة دافعة أرخميدس الخاضعة لها.

2.1.2- أكتب عبارة المركبة a_z لشعاع تسارع الفقاعة بدلالة g,ρ_e,ρ_{dc}:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الفقاعة) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum\vec{F}=m\vec{a}$ ومنه: $\vec{F_A}=m\vec{a}$



وبالإسقاط وفق المحور $\left(\overrightarrow{Oz}\right)$ نجد: $F_A=m\,a_z$

ومنه: $\rho_e V_0\cdot g=m\,a_z$

أي: $a_z=\dfrac{\rho_e V_0\cdot g}{m}=\dfrac{\rho_e V_0\cdot g}{\rho_{dc}V_0}=\dfrac{\rho_e\cdot g}{\rho_{dc}}$

إذن: $a_z=\dfrac{\rho_e\cdot g}{\rho_{dc}}$.....(1)

3.1.2- استنتاج عبارة سرعة الفقاعة بدلالة الزمن:

بمكاملة العبارة (1) بالنسبة للزمن نجد: $v\,(t)=\dfrac{\rho_e\cdot g}{\rho_{dc}}t$.

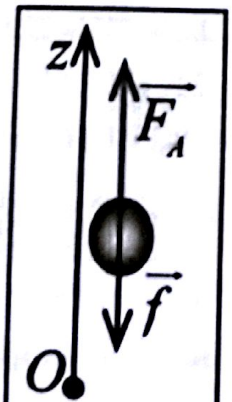
4.1.2- إيجاد القيمة النظرية t_S:

من العلاقة: $v\,(t_S)=\dfrac{\rho_e\cdot g}{\rho_{dc}}t_S$ نجد: $t_S=\dfrac{v_S\cdot\rho_{dc}}{\rho_e\cdot g}$

ولدينا: $v_S=15cm\,s^{-1}=0,15m\,s^{-1}$

ت ع: $t_S=\dfrac{0,15\times1,8}{10^3\times10}=0,27\times10^{-4}=27\times10^{-6}s$

إذن: $t_S=27\mu s$ فهي في حدود $30\mu s$.



5.1.2- هذه القيمة لا تتوافق مع ما نلاحظه في الحياة اليومية، فالفقاعة تستغرق مدة زمنية أطول و عليه النموذج المقترح (الدراسة بإهمال الاحتكاك) غير مقبول.

3- دراسة حركة الفقاعة في وجود الاحتكاك:

2.3- المعادلة التفاضلية لتطور سرعة الفقاعة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الفقاعة) في المعلم السطحي

الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ومنه: $\vec{F_A} + \vec{f} = m\vec{a}$

و بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Oz})$ نجد: $F_A - f = m a_z$

ومنه: $\rho_e V_0 . g - k v = m a_z$ ومنه: $\frac{dv}{dt} = \frac{\rho_e V_0 . g}{m} - \frac{k}{m} v$

وبما أن: $m = \rho_{dc} V_0$ فإن: $\frac{dv}{dt} = \frac{\rho_e V_0 . g}{\rho_{dc} V_0} - \frac{k}{\rho_{dc} V_0} v$

إذن عبارة المعادلة التفاضلية هي: $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{\rho_{dc} V_0} v = \frac{\rho_e}{\rho_{dc}} g$

3.3ـ استنتاج العبارة الحرفية للسرعة الحدية $v_{\lim}$:

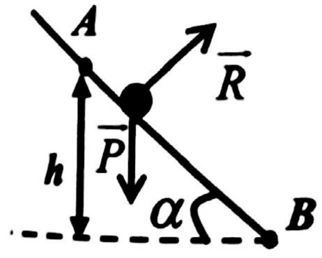
عند بلوغ النظام الدائم: $\frac{dv}{dt} = 0$ و $v = v_{\lim}$. وعليه: $0 + \frac{k}{\rho_{dc} V_0} v_{\lim} = \frac{\rho_e}{\rho_{dc}} . g$

إذن: $v_{\lim} = \frac{\rho_e V_0}{k} . g$

4.3ـ $v_{\lim} = 1 mm s^{-1}$ قيمة مقبولة و توافق الواقع، وعليه نستنتج أن الفقاعة الغازية تخضع لاحتكاك أثناء صعودها في المشروب، وعليه النموذج المقترح (الدراسة بوجود الاحتكاك) هو النموذج المقبول.

حل التمرين 13

1ـ دراسة الحركة على المستوي المائل AB:



1.1ـ تمثيل القوى الخارجية المطبقة على الجسم (s):

2.1ـ عبارة سرعة الجسم (s) في النقطة B :

بتطبيق مبدأ انحفظ الطاقة على الجملة (الكرية + الأرض) بين الموضعين A وB نجد: $E_{C.A} + E_{pp.A} = E_{C.B} + E_{pp.B}$

حيث: $E_{C.A} = 0$ و $E_{pp.B} = 0$ باعتبار المستوى المرجعي لقياس الطاقة الكامنة الثقالية مار من النقطةB، وعليه نكتب: $E_{pp.A} = E_{C.B}$ إذن: $m.g.h_A = \frac{1}{2} . m v_B^2$

بما أن: $h_A = D . \sin\alpha$ نجد: $v_B = \sqrt{2.g.D.\sin\alpha}$

ت ع: $v_B = 2,2 m s^{-1}$

3.1ـ اثبات أن $v_C = 2,2 m s^{-1}$:

بتطبيق مبدأ انحفظ الطاقة على الجملة (الكرية + الأرض) بين الموضعين B وC نجد: $E_{C.B} + E_{pp.B} = E_{C.C} + E_{pp.C}$ حيث: $E_{pp.B} = E_{pp.C} = 0$

وعليه: $E_{C.B} = E_{C.C}$ إذن: $v_B = v_C = 2,2 m.s^{-1}$

4.1 خصائص شعاع السرعة $\overrightarrow{v_C}$ في الموضع C:

.نقطة التأثيرC، ـ الحامل Cx ـ الجهة هي نفس جهة المحور $\overrightarrow{Cx}$ ـ الشدة: $v_C = 2,2 m.s^{-1}$

2 دراسة حركة الجسم (s) بعد النقطة C:

1.2 ـ نص قانون نيوتن الثاني:

«في معلم عطالي تكتسب جملة مادية كتلتها M وخاضعة لقوى خارجية محصلتها $\sum \overrightarrow{F_{ext}}$ تسارعا $\overrightarrow{a_G}$ لمركز عطالتها G وفق العلاقة $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = M\overrightarrow{a_G}$ ».

2.2 إيجاد مركبات شعاع الموضع للجسم (s) في المعلم Cxz هي:

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة (الكرية) في المعلم السطحي الارضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} = m\overrightarrow{a_G}$

.بالإسقاط وفق المحدور $\overrightarrow{Cx}$ نجد: $a_x = 0$ (حركة مستقيمة منتظمة).

.بالإسقاط وفق المحدور $\overrightarrow{Cz}$ نجد: $a_z = -g$ (حركة مستقيمة متغيرة بانتظام).

إذن: $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

الشروط الإبتدائية $t = 0$: $(x_0 = 0, z_0 = 0)$ و $(v_{0x} = v_C, v_{0z} = 0)$

وبالمكاملة بالنسبة للزمن و حسب الشروط الإبتدائية نجد: $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_C \\ v_z = -g\,t \end{cases}$

وبالمكاملة لمركبتي شعاع السرعة نجد: $\overrightarrow{CG}\begin{cases} x = (\sqrt{2.g.D\sin\alpha})\,t \\ z = -\dfrac{1}{2}g\,t^2 \end{cases}$

3.2 معادلة المسار $z = f(x)$:

من العلاقة: $x = (\sqrt{2.g.D\sin\alpha})\,t$ نجد: $t = \dfrac{x}{\sqrt{2.g.D\sin\alpha}}$

وبالتعويض في عبارة z نجد معادلة المسار: $z = \dfrac{-x^2}{4.D.\sin\alpha}$

4.2 حساب المدة اللازمة لوصول الجسم (s) إلى سطح الأرض:

عندما يصل الجسم إلى سطح الأرض تكون إحداثياته $(x_f, -h_c)$

لدينا: $z = -\dfrac{1}{2}g\,t^2$ وعندما يصل الجسم إلى سطح الأرض: $-h_c = z = -\dfrac{1}{2}g\,t^2$

ومنه: $t=\sqrt{\frac{2.h_c}{g}}=0,28s$

5.2. عندما يصل الجسم إلى الأرض لدينا: $x=x_f=v_C\,t=2,2t$

ت ع: $x_f=0,616m$ بما أن: $x_f\notin[0,55m;0,60m]$ إذن الجسم لا يصل إلى الهدف.

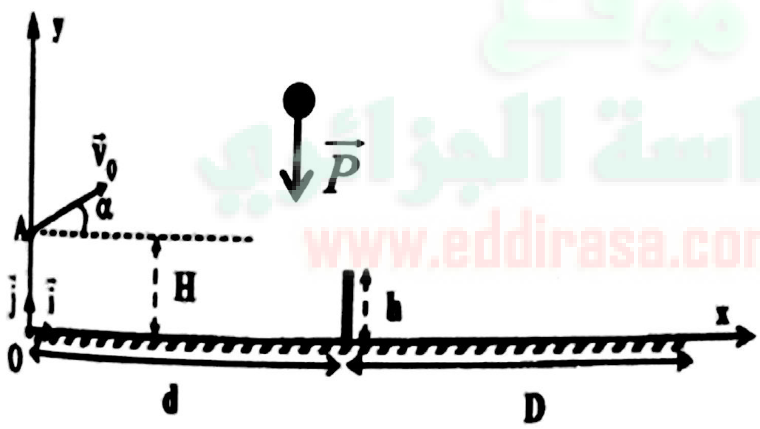
6.2. قيمة D لتحقيق الهدف:

$x=x_f=(\sqrt{2.g.D\sin\alpha})t$ ومنه: $x_f^2=2.g.D\sin\alpha t^2$

وعليه: $D=\frac{x_f^2}{2g\sin\alpha t^2}$ حيث: $t=0,28s$ و $x_f=0,57m$

ت ع: $D=\frac{(0,57)^2}{2\times9,8\times0,5\times(0,28)^2}=0,42m$

حل التمرين 14



1. عبارة $v_x(t)$ و $v_y(t)$:

- عند اللحظة $t=0$:

$(x_0=0;y_0=H)$

$(v_{x0}=v_0\cos\alpha;v_{y0}=v_0\sin\alpha)$

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الكرة) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$\sum\vec{F}=m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P}=m\vec{a}$

وبالإسقاط وفق المحور $(\overline{Ox})$ نجد: $0=m\,a_x$ أي: (1).....$a_x=\frac{dv_x}{dt}=0$

وبمكاملة العبارة (1) بالنسبة للزمن نجد: $v_x(t)=v_0\cos\alpha$.

وبالإسقاط وفق المحور $(\overline{Oy})$ نجد: $P_y=-m.g=m\,a_y$

إذن: $a_y=\frac{dv_y}{dt}=-g$.......(2).

وبمكاملة العبارة (2) بالنسبة للزمن نجد: $v_y(t)=-g\,t+v_0\sin\alpha$.

2. قيمة السرعة الابتدائية v_0:

من البيان عند اللحظة $t=0$: $v_x(0)=13m\,s^{-1}$ و $v_y(0)=4m\,s^{-1}$

إذن: $v_0=\sqrt{v_x^2(0)+v_y^2(0)}=\sqrt{(13)^2+(4)^2}$ وعليه: $v_0=13,6m\,s^{-1}$

استنتاج قيمة الزاوية α:

لدينا
$$\begin{cases} v_x(0)=v_0\cos\alpha=13.......(3) \\ v_y(0)=v_0\sin\alpha=4.......(4) \end{cases}$$
بقسمة العلاقتين (4) على (3) نجد:

$\frac{4}{13}=\frac{v_0\sin\alpha}{v_0\cos\alpha}$ ومنه: $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=0,308$ إذن: $\alpha\approx17°$

3. معادلة المسار $y=f(x)$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$:

بمكاملة العبارتين (3) و (4) بالنسبة للزمن نجد:

$$\begin{cases} x(t)=v_0\cos\alpha\, t..........(5) \\ y(t)=-\frac{1}{2}g\,t^2+v_0\sin\alpha\, t+H........(6) \end{cases}$$

من العلاقة (5) نكتب: $t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$ وبالتعويض في العلاقة (6) نجد معادلة المسار:

$$y=-\frac{g}{2v_0^2.\cos^2\alpha}x^2+x.\tan\alpha+H$$

ومنه: $y=-2,96\times10^{-2}x^2+0,306x+2,6$

.4

- الشرط الأول:

$y(d)=-2,96\times10^{-2}d^2+0,306d+2,6$ ومنه: $y(d)=2,96m$

الشرط الأول محقق لأن: $h=2,5m\langle\, y(d)=2,96m$ (الكرة مرت فوق الشبكة).

- الشرط الثاني:

نحسب فاصلة سقوط الكرة x_B والتي توافق $y_B=0$ إذن:

$$0=-2,96\times10^{-2}x_B^2+0,306x_B+2,6$$

وهي معادلة من الدرجة الثانية لها حلين هما:

$\Delta=b^2-4ac=(0,306)^2-4\left(-2,96\times10^{-2}\right)\times2,60$ إذن: $\Delta=0,401$

وعليه الحلين هما:

$$x_{B2}=\frac{0,306-\sqrt{0,401}}{2\times\left(2,96\times10^{-2}\right)}\langle 0 \quad و \quad x_{B1}=\frac{0,306+\sqrt{0,401}}{2\times\left(2,96\times10^{-2}\right)}\approx 15,9m$$

إذن الحل المقبول هو: $x_B=x_{B1}\approx 15,9m$

ـ بما أن: $d+D=18m$ وعليه فالشرط الثاني محقق لأن: $x_B=15,9m\langle 18m$ اي الكرة تسقط داخل الملعب.

ـ بما أن الشرط الأول و الثاني محققين فإن الإرسال الذي قام به اللاعب مقبول.

حل التمرين 15

1ـ مرحلة السباق الحماسي:

1ـ1ـ المعادلة الزمنية لحركة G:

بما أن حركة مركز العطالة G مستقيمة متغيرة بانتظام و $a_G=\frac{dv_G}{dt}=0,2m.s^{-2}$

و بالمكاملة نجد: $v_G=a_G t+v_0$ وحسب الشروط الابتدائية $v_0=0m.s^{-1}$

إذن: $v_G=\frac{dx}{dt}=0,2t$ وبمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن نجد:

$x=\frac{1}{2}a_G t^2+x_0$ وحسب الشروط الابتدائية $x_0=0m$ إذن: $x(t)=0,1t^2$

2ـ1ـحساب قيمة اللحظة t_1:

$$AB=0,1t_1^2\Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{AB}{0,1}}=\sqrt{\frac{40}{0,1}}=20s$$

3ـ1ـ استنتاج قيمة v_G عند اللحظة t_1:

لدينا $v_G=a_G t$ عند اللحظة t_1 يكون المتسابق عند الموضع B

ومنه: $v_B=a_G t_1=0,2\times20=4m.s^{-1}$

2ـ مرحلة القفز:

2ـ1ـ إيجاد المعادلتين التفاضليتين لـ v_x و v_y:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (المتسابق) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\overrightarrow{a_G}$

ومنه: $\vec{P}=m\overrightarrow{a_G}$ و بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Cx})$ نجد: $a_x=\frac{dv_x}{dt}=0.....(1)$

و بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Cy})$ نجد: $a_y=\frac{dv_y}{dt}=-g........(2)$

وبمكاملة العبارتين (1) و(2) بالنسبة للزمن نجد:

$$v_y = -g t + v_0 \sin\alpha \quad و \quad v_x = v_0 \cos\alpha$$

2.2 إيجاد العبارة الحرفية للمعادلتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة مركز العطالة G:

بمكاملة عبارتي v_x و v_y بالنسبة للزمن نجد:

$$y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha t + h \quad و \quad x(t) = v_0 . \cos\alpha t$$

3.2 طبيعة مسار حركة G:

لدينا $x(t) = v_0 . \cos\alpha t$ ومنه: $t = \dfrac{x}{v_0 . \cos\alpha}$ وبالتعويض في عبارة $y(t)$

نجد: $y = -\dfrac{g}{2 v_0^2 . \cos^2\alpha} x^2 + x . \tan\alpha + h$ ، فالمسار عبارة عن جزء من قطع مكافئ.

4.2 حساب شدة سرعة مركز العطالة G عند قمة المسار:

عند قمة المسار (أي عند بلوغ مركز عطالة المتسابق الذروة) تكون: $v_y = 0$

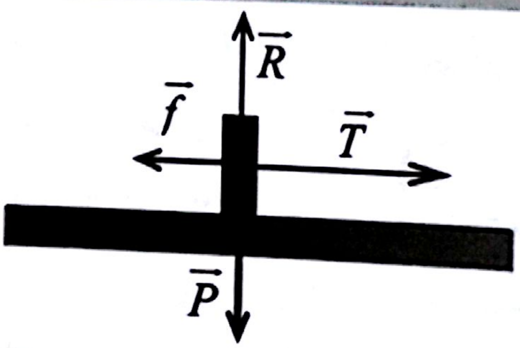
ومنه: $v_G = v_x = v_0 . \cos\alpha = 7 \times \cos(30°)$ إذن: $v_G = 6,1 m s^{-1}$

5.2 إيجاد قيمة x_D طول القفزة المنجزة من طرف المتسابق:

$$x_D = 0,7 + x_G(t = 1s) = 0,7 + v_0 . \cos(\alpha) t_D$$

ومنه: $x_D = 0,7 + 7 \times \cos(30°) \times 1 = 6,76m$. إذن: $x_D = 6,76m$

حل التمرين 16



1. دراسة حركة المتزحلق خلال المرحلة AB:

1.1. تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على المتزلج خلال المرحلة AB.

2.1 المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v_G:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (المتزلج) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا

نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m \overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{T} = m \overrightarrow{a_G}$.

بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Ax})$ نجد: $T - f = m a_G = m \dfrac{d v_G}{dt}$

إذن المعادلة التفاضلية هي: $m \dfrac{d v_G}{dt} = T - f$

3.1ـ معادلة السرعة $v_G = f(t)$:

البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ عبارته $v_G = k\,t$ حيث k ميل المستقيم وقيمته هو: $k = \frac{\Delta v_G}{\Delta t} = \frac{2-0}{1-0} = 2m\,s^{-1}$ ومنه: $v_G = 2t$

بـ استنتاج قيمة التسارع a_G: نعلم أن: $a_G \frac{dv_G}{dt} = \frac{d(2t)}{dt} = 2m\,s^{-2}$

جـ إيجاد قيمة f شدة القوة المكافئة للاحتكاك:

لدينا مما سبق: $m\frac{dv_G}{dt} = T - f$

ومنه: $f = T - m\frac{dv_G}{dt} = T - m\,a_G = 276 - 80\times 2 = 116N$

4.1ـ استنتاج قيمة المسافة AB:

لدينا $v_G = 2t$ وبالمكاملة بالنسبة للزمن نجد: $x(t) = t^2 + x_0$

ومن الشروط الإبتدائية $x_0 = x_A = 0m$ نجد: $x(t) = t^2$

وعليه: $AB = x_B - x_A = x(t_B) - 0 = t_B^2$

إذن: $AB = (15)^2 = 225m$

2ـ دراسة حركة المتزلج خلال مرحلة القفز:

1.2ـ العبارة الحرفية للمعادلتين التفاضليتين اللتين تحققهما $x(t)$ و $y(t)$:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (المتزلج) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} = m\,\overrightarrow{a_G}$ أي: $m.\vec{g} = m\,\overrightarrow{a_G}$ إذن: $\vec{g} = \overrightarrow{a_G}$

ـ بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Bx'})$ نجد: $a_x = 0$ وبالمكاملة بالنسبة للزمن نجد:

$v_x = v_D.\cos(\alpha)$ وبمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن نجد:

$x(t) = v_D\cos(\alpha)t + x_0$ حيث $x_0 = 0$

إذن: $x(t) = v_D\cos(\alpha)t$

ـ بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{By'})$ نجد: $a_y = -g$ وبمكاملة عبارة التسارع بالنسبة للزمن نجد: $v_y = -g\,t + v_D.\sin(\alpha)$ وبمكاملة عبارة السرعة نجد:

$y = -\frac{1}{2}.g\,t^2 + v_D.\sin(\alpha)t + y_0$ حيث $y_0 = 0$

إذن: $y=-\frac{1}{2}.g t^2+v_D.\sin(\alpha)t$

إذن: $\begin{cases} x(t)=v_D\cos(\alpha)t\text{..................}(1) \\ y=-\frac{1}{2}.g t^2+v_D.\sin(\alpha)t\text{.........}(2) \end{cases}$

2.2 العبارة الحرفية لمعادلة مسار حركة G:

من المعادلة (1) نجد: $t=\frac{x}{v_D\cos(\alpha)}$ وبالتعويض في المعادلة (2) نجد معادلة المسار وهي:

$$.y=-\frac{g}{2v_0^2.\cos^2\alpha}x^2+x.\tan\alpha$$

3.2

أ.قيمة السرعة v_D التي غادر بها المتزلج الموضع D:

نعلم أن: $t=\frac{x}{v_D.\cos(\alpha)}$ ومنه: $v_D=\frac{x_G}{t.\cos(\alpha)}=\frac{35}{1,27\times\cos(10^\circ)}=28m.s^{-1}$

ب.قيمة t_s لحظة مرور المتزلج من قمة المسار:

عند مرور المتزلج بقمة المسار يتحقق ما يلي: $v_y(t_s)=0$

وعليه: $v_y(t_s)=-g t_s+v_D.\sin(\alpha)=0$

ومنه: $.t_s=\frac{v_D.\sin(\alpha)}{g}=\frac{28.\sin(10^\circ)}{10}=0,48s$

حل التمرين 17

1.دراسة الحركة على السكة AB:

1.1.إحداثيتي التسارع a_G في المعلم $R_1(A,\vec{i_1},\vec{j_1})$:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (السباح) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $.\vec{P}+\vec{R}=m\overrightarrow{a_G}$

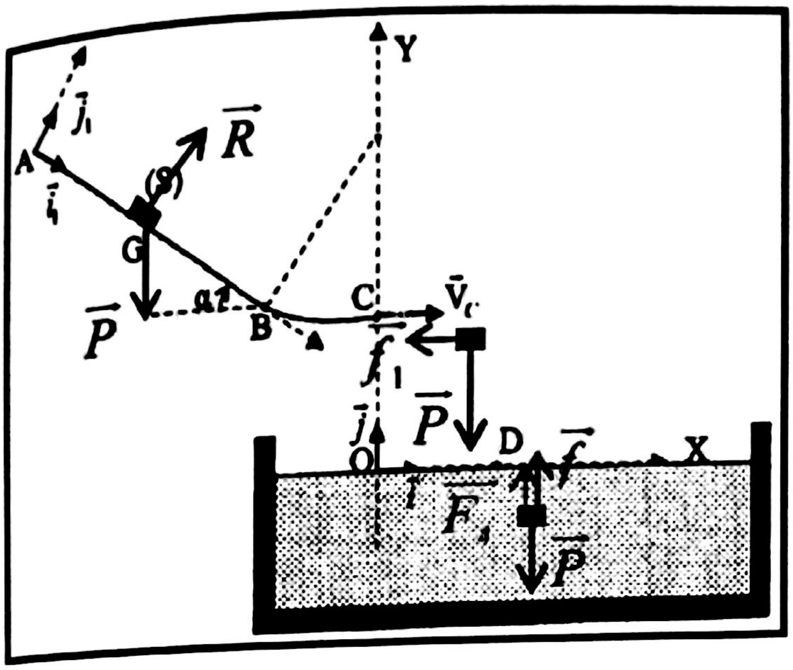
.بالإسقاط على المحور $(\overrightarrow{Ax_1})$ نجد: $P_x=P.\sin(\alpha)=m a_x$

إذن: $m.g.\sin(\alpha)=m a_x$ وعليه: $a_x=g.\sin(\alpha)$

إذن: $a_x=\frac{dv_x}{dt}=g.\sin(\alpha)=9,8.\sin(20^\circ)=2,35m.s^{-2}$

- بالإسقاط على المحور $\left(\overline{Ay_1}\right)$ نجد: $P_y = \frac{dv_y}{dt} = 0$ ومنه: $a_y = 0$

2.1- إيجاد قيمة السرعة v_B :



الطريقة الأولى:

لدينا $a_x = \frac{dv_x}{dt} = g.\sin(\alpha)$

وبالمكاملة بالنسبة للزمن نجد:

$$v_x(t) = g.\sin(\alpha)t + C ......(1)$$

وحسب الشروط الابتدائية:

$$C = v_{0x} = 0$$

وبمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن نجد:

$$x(t) = \frac{1}{2}g.\sin(\alpha)t^2 + x_0$$

وحسب الشروط الإبتدائية $x_0 = 0$ إذن: $x(t) = \frac{1}{2}g.\sin(\alpha)t^2 ....(2)$.

من العلاقة (2) نجد: $t = \sqrt{\frac{2x}{g.\sin(\alpha)}}$ وبالتعويض في العلاقة (1) نجد:

$$v_x(t) = g.\sin(\alpha).\sqrt{\frac{2x}{g.\sin(\alpha)}} = \sqrt{\frac{2x.g^2.\sin^2(\alpha)}{g.\sin(\alpha)}}$$

إذن: $v_x = \sqrt{2x.g.\sin(\alpha)}$.

عند الموضع B يكون: $x = AB$ و $v_x = v_B$ وعليه: $v_B = \sqrt{2.g.AB.\sin(\alpha)}$

الطريقة الثانية بالاعتماد على مبدأ إنحفاظ الطاقة:

بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة للجملة (السباح) بين الموضعين A و B نجد:

$E_A + W\left(\overrightarrow{P}\right) = E_B$ إذن: $\frac{1}{2}mv_A^2 + m.g.h = \frac{1}{2}mv_B^2$

ومنه: $v_B^2 = 2g.h = 2.g.AB.\sin(\alpha)$

لأن: $v_A = 0$ حسب الشروط الإبتدائية وعليه: $v_B = \sqrt{2.AB.g.\sin(\alpha)}$

ت ع: $v_B = \sqrt{2\times 2,4\times 9,8\times \sin(20^\circ)} \approx 4m.s^{-1}$.

3.1 إيجاد الشدة R للقوة التي يطبقها السطح AB على الجسم (S):

بإسقاط العلاقة $\vec{P}+\vec{R}=m\,\vec{a_G}$ على المحور $(\overrightarrow{Ay_1})$ نجد: $-m.g.\cos(\alpha)+R=0$

ومنه: $R=m.g.\cos(\alpha)=70\times 9,8\times\cos(20°)=645N$.

2 دراسة حركة G في الهواء:

1.2 تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S)، (انظر إلى الشكل).

2.2 عبارة v_x:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (السباح) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\,\vec{a_G}$ ومنه: $\vec{P}+\vec{f_1}=m\,\vec{a_G}$.

بالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Ox})$ نجد: $0-f_1=m\,a_x$ ومنه: $0-f_1=m\,a_x=m.\dfrac{dv_x}{dt}$

إذن: $\dfrac{dv_x}{dt}=\dfrac{-f_1}{m}=cte$........(1) وبمكاملة العبارة (1) بالنسبة للزمن نجد:

$v_x(t)=\dfrac{-f_1}{m}t+v_{0x}$، وحسب الشروط الإبتدائية: $v_{0x}=v_C$

إذن: $v_x(t)=\dfrac{-f_1}{m}t+v_C$

3.2 حساب f_1 قيمة شدة القوة $\vec{f_1}$:

عند النقطة D يتحقق: $v_x(t_D)=0$ وعليه: $\dfrac{-f_1}{m}t_D+v_C=0$ إذن: $f_1=\dfrac{m\,v_C}{t_D}$

ت ع: $f_1=\dfrac{70\times 4,67}{0,86}=380N$.

ب- تحديد الارتفاع h للنقطة C عن سطح الماء:

بإسقاط العلاقة $\vec{P}+\vec{f_1}=m\,\vec{a_G}$ وفق المحور $(\overrightarrow{Oy})$ نجد:

$-m.g+0=m\,a_y=m\dfrac{dv_y}{dt}$ إذن: $\dfrac{dv_y}{dt}=-g=cte$........(2)

وبمكاملة العلاقة (2) بالنسبة للزمن نجد: $v_y(t)=-g\,t+v_{0y}$

وحسب الشروط الإبتدائية $v_{0y}=0m.s^{-1}$ إذن: $v_y(t)=-g\,t$

وبمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن نجد: $y(t)=-\dfrac{1}{2}.g\,t^2+y_0$

وحسب الشروط الإبتدائية $y_0 = h$ إذن: $y(t) = -\frac{1}{2}.g\,t^2 + h$.

ـ عند وصول مركز عطالة السباح G إلى النقطة D يتحقق لنا مايلي: $y(t_D) = 0$

ومنه: $y(t_d) = -\frac{1}{2}.g\,t_D^2 + h = 0$ إذن: $h = \frac{1}{2}.g\,t_D^2$

ت ع: $h = 0,5 \times 9,8 \times (0,86)^2 = 3,62m$.

3ـ دراسة حركة السقوط الشاقولي لـ G في الماء:

1.3ـ تمثيل القوى الخارجية المطبقة على الجسم (S): (أنظر الشكل).

2.3ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v_G(t)$:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (السباح) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{f} + \overrightarrow{F_A} = m\,\overrightarrow{a_G}$

وبالإسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{Oy})$ نجد: $-m.g + f + F_A = m\,a_y = m.\frac{dv_y}{dt}$

ومنه: $\frac{dv_y}{dt} - \frac{f}{m} - \frac{F_A}{m} + g = 0$ ومنه: $\frac{dv_y}{dt} - \frac{140}{70}v - \frac{616}{70} + 9,8 = 0$

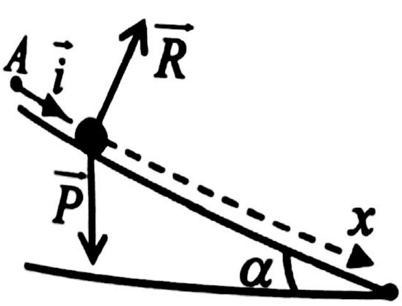
إذن: $\frac{dv_y}{dt} - 2v + 1 = 0$ حيث: $v = v_y$ إذن: $\frac{dv}{dt} - 2v + 1 = 0$

3.3ـ إيجاد قيمة السرعة الحدية v_{lim}:

عند بلوغ النظام الدائم فإن: $\frac{dv_y}{dt} = 0$ و $v_y = v_{lim}$

وعليه: $0 - 2v_{lim} + 1 = 0$ إذن: $v_{lim} = 0,50m\,s^{-1}$

حل التمرين 18



1ـ دراسة الحركة على الجزء $A'B'$:

1.1ـ تمثيل القوى الخارجية:

2.1ـ عبارة التسارع a_G:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الرياضي) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$

ومنه: $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} = m\,\overrightarrow{a_G}$

بإسقاط هذه العلاقة وفق المحور $(\overrightarrow{Ax})$ نجد:

إذن: $P_x = P.\sin(\alpha) + 0 = m\,a_G$: $a_G = g.\sin(\alpha)$

3.1 طبيعة حركة G على الجزء $A'B'$:

بما أن: $a_G = g.\sin(\alpha) = cte$ و المسار مستقيم فإن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

4.1 إيجاد قيمة v_B :

لدينا $a_G = \dfrac{dv_G}{dt} = g.\sin(\alpha)$ وبالمكاملة بالنسبة للزمن نجد:

$v(t) = g.\sin(\alpha)t + v_0$ وحسب الشروط الإبتدائية $v_0 = 0m\,s^{-1}$

إذن: $v_G = g.\sin(\alpha)t$ وبمكاملة عبارة السرعة بالنسبة للزمن

نجد: $x = \dfrac{1}{2}g.\sin(\alpha)t^2 + x_0$ وحسب الشروط الإبتدائية: $x_0 = 0m$

إذن: $x = \dfrac{1}{2}g.\sin(\alpha)t^2$

لتكن t_B لحظة مرور G من الموضع B إذن: $x_B = \dfrac{1}{2}g.\sin(\alpha)t_B^2$

وعليه: $t_B = \sqrt{\dfrac{2x_B}{g.\sin(\alpha)}}$ وكذلك: $v_B = g.\sin(\alpha)t_B$

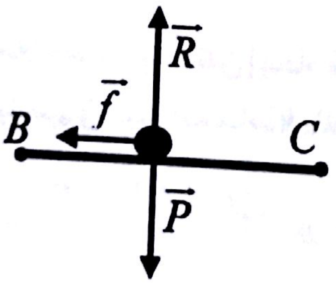
ومنه: $v_B = g.\sin(\alpha).\sqrt{\dfrac{2x_B}{g.\sin(\alpha)}}$ ومنه: $v_B = \sqrt{2x_B.g.\sin(\alpha)}$

حيث: $AB = x_B - x_A = x_B - 0 = x_B$ إذن: $v_B = \sqrt{2AB.g.\sin(\alpha)}$

ت ع: $v_B = \sqrt{2\times 82,7\times 10\times \sin(14°)} = 20m\,s^{-1}$

ملاحظة: يمكن استعمال مبدأ انحفاظ الطاقة

2. دراسة الحركة على الجزء $B'C'$:



1.2 طبيعة حركة G على المسار BC :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الرياضي) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$

ومنه: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\,\overrightarrow{a_G}$

بإسقاط هذه العلاقة وفق المحور $(\overrightarrow{Bx})$ نجد: $0 + 0 - f = m\,a_G$

ومنه: $a_G = \dfrac{-f}{m} = cte$

- بما أن المسار مستقيم و التسارع مقدار ثابت فإن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

2.2- عبارة الشدة f :

لدينا $a_G=\frac{dv_G}{dt}=\frac{-f}{m}$ بالمكاملة بالنسبة للزمن نجد: $v=a_G t+v_0$

وحسب الشروط الإبتدائية لهذه المرحلة $v_0=v_B$

إذن: $v(t)=a_G t+v_B$ وبمكاملة عبارة السرعة نجد: $x(t)=\frac{1}{2}a_G t^2+v_B t+x_0$

وحسب الشروط الإبتدائية $x_0=x_B$ إذن: $x(t)=\frac{1}{2}a_G t^2+v_B t+x_B$

لتكن t_C لحظة مرور G من الموضع C. $v_C=a_G t_C+v_B$

ومنه: $t_C=\frac{v_C-v_B}{a_G}$ و $x_C=\frac{1}{2}a_G t_C^2+v_B t_C+x_B$

ومنه: $$x_C=\frac{1}{2}a_G\cdot\left(\frac{v_C-v_B}{a_G}\right)^2+v_B\cdot\left(\frac{v_C-v_B}{a_G}\right)+x_B$$

ومنه: $$BC=x_C-x_B=\frac{1}{2}a_G\cdot\left(\frac{v_C-v_B}{a_G}\right)^2+v_B\cdot\left(\frac{v_C-v_B}{a_G}\right)$$

إذن: $BC=\frac{v_C^2-v_B^2}{2a_G}$ وعليه: $a_G=\frac{v_C^2-v_B^2}{2.BC}$ ومما سبق لدينا: $a_G=\frac{-f}{m}$

إذن: $\frac{-f}{m}=\frac{v_C^2-v_B^2}{2.BC}$ ومنه: $f=\frac{m.\left(v_B^2-v_C^2\right)}{2.BC}$

ت ع: $$f=\frac{65\times\left((20)^2-(12)^2\right)}{2\times100}=83,2N$$

ملاحظة: يمكن إيجاد قيمة f بالاعتماد على مبدأ انحفاظ الطاقة

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (الرياضي) بين الموضعين B و C نكتب:

$E_{C.B}-\left|W\left(\vec{f}\right)\right|=E_{C.C}$ ومنه: $\frac{1}{2}mv_B^2-\left|f.BC.\cos\left(180^\circ\right)\right|=\frac{1}{2}mv_c^2$

وعليه: $f.BC=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_c^2$ إذن: $f=\frac{m\left(v_B^2-v_C^2\right)}{2.BC}=83,2N$

1.3- العبارة الحرفية للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الرياضي) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{a_G}$.

بإسقاط العلاقة وفق المحور $(\overrightarrow{Dx'})$ نجد: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$. وبمكاملة عبارة التسارع بالنسبة للزمن نجد $v_x = v_D.\cos(\theta)$ وبمكاملة عبارة السرعة نجد:

$x = v_D.\cos(\theta)t + x_0$ وحسب الشروط الإبتدائية $x_0 = 0$

إذن: $x = v_D.\cos(\theta)t ....(1)$

بإسقاط العلاقة وفق المحور $(\overrightarrow{Dy'})$ نجد: $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g$.

وبمكاملة عبارة التسارع بالنسبة للزمن نجد $v_y = -gt + v_D.\sin(\theta)$

وبمكاملة عبارة السرعة نجد: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D.\sin(\theta)t + y_0$

وحسب الشروط الإبتدائية $y_0 = 0$ إذن: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D.\sin(\theta)t ....(2)$

استنتاج معادلة المسار:

لدينا: $x = v_D.\cos(\theta)t$ ومنه: $t = \frac{x}{v_D.\cos(\theta)}$ و بالتعويض في العبارة (2) نجد

معادلة المسار: $y = -\frac{g}{2v_D^2.\cos^2(\theta)}x^2 + \tan(\theta)x$

2.3. تحديد v_D سرعة G عند مغادرته الموضع D:

بما أن الموضع P ينتمي لمسار G فإن: $y_P = f(x_P)$

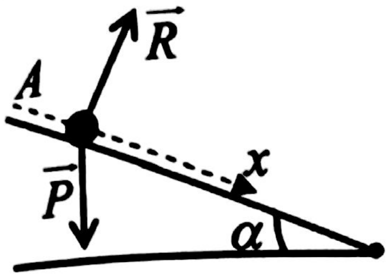
أي: $y_P = -\frac{g}{2v_D^2.\cos^2(\theta)}x_P^2 + \tan(\theta)x_P$

ومنه:

وعليه: $v_D = \sqrt{\frac{g\,x_P^2}{2.\cos^2(\theta)(x_P.\tan(\theta) - y_P)}}$

ت ع: $v_D = \sqrt{\frac{10\times 15^2}{2.\cos^2(45°)(15.\tan(45°)-(-5))}}$

إذن: $v_D = 10,6\,m\,s^{-1}$



1- دراسة حركة مركز عطالة الطفل على الجزء AB :

1-1- المعادلة التفاضلية لـ x_G :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة(الطفل) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$

ومنه: $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} = m\,\overrightarrow{a_G}$

و بإسقاط العلاقة وفق المحور $\left(\overrightarrow{Ax}\right)$ نجد: $m.g.\sin(\alpha) + 0 = m\,a_x$

ومنه: $a_x = g.\sin(\alpha) = cte$ إذن: $\dfrac{d^2x_G}{dt^2} = g.\sin(\alpha)$

- حركة مركز العطالة G هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

2-1- أ- إيجاد بيانيا قيمة تسارع a_G :

البيان عبارة عن خط مستقيم معادلته هي: $v_G = k\,t$

حيث k ميل المستقيم $k = \dfrac{\Delta v_G}{\Delta t} = \dfrac{1-0}{0,2-0} = 5m\,s^{-2}$.

ونعلم أن: $a_G = \dfrac{dv_G}{dt} = \dfrac{d\left(k\,t\right)}{dt} = k$ ومنه نستنتج أن: $a_G = k = 5m\,s^{-2}$.

ب- تحديد قيمة المدة الزمنية التي قطع فيها الطفل الجزء AB :

لدينا مما سبق: $a_x = \dfrac{d^2x_G}{dt^2} = g.\sin(\alpha)$ و بمكاملة العبارة بالنسبة للزمن

نجد $v_G = a_G\,t + v_0$ وحسب الشروط الإبتدائية $v_0 = 0m\,s^{-1}$ إذن: $v_G = a_G\,t$

و بمكاملة عبارة السرعة مرة أخرى بالنسبة للزمن نجد: $x_G = \dfrac{1}{2}a_G\,t^2 + x_0$

وحسب الشروط الإبتدائية $x_0 = 0m$ إذن: $x_G = \dfrac{1}{2}a_G\,t^2$. إذن: $x_G = 2,5t^2$

ومنه: $AB = x_B - x_A = x_B - 0$ ومنه: $AB = x_B\left(t_B\right) = 2,5t_B^2$

وعليه: $t_B = \sqrt{\dfrac{AB}{2,5}} = 2s$ إذن: $\Delta t = t_B - t_A = t_B - t_0 = t_B = 2s$

إذن المدة الزمنية: $\Delta t = 2s$

2- دراسة حركة مركز عطالة الطفل في مجال الجاذبية الأرضية:

1-2- العبارة الحرفية للمعادلتين الزمنيتين $x\left(t\right)$ و $y\left(t\right)$:

تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الطفل) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{a_G}$

وبالإسقاط وفق المحورين $\left(\overrightarrow{Dx}\right)$ و $\left(\overrightarrow{Dy}\right)$ نجد: $\begin{cases} a_x = P_x = 0 \\ a_y = P_y = m.g \end{cases}$

ومنه: $\begin{cases} a_x = 0 ....(1) \\ a_y = g ....(2) \end{cases}$.

بمكاملة العبارتين (1) و (2) بالنسبة للزمن نجد: $\begin{cases} v_x = v_{0x} = v_D \\ v_y = g\,t + v_{0y} \end{cases}$

وحسب الشروط الإبتدائية $v_{0y} = 0$ نجد: $\begin{cases} v_x = v_D ....(3) \\ v_y = g\,t ....(4) \end{cases}$

بمكاملة العبارتين (3) و (4) بالنسبة للزمن نجد: $\begin{cases} x = v_D\,t + x_0 \\ y = \dfrac{1}{2}g\,t^2 + y_0 \end{cases}$

وحسب الشروط الإبتدائية: $(x = 0, y = 0)$ إذن: $\begin{cases} x(t) = v_D\,t \\ y(t) = \dfrac{1}{2}g\,t^2 \end{cases}$

.استنتاج معادلة مسار حركة G:

من العلاقة $x(t) = v_D\,t$ نجد: $t = \dfrac{x}{v_D}$ وبالتعويض في عبارة $y(t)$ نجد عبارة معادلة المسار التالية: $y = \dfrac{g}{2v_D^2}x^2$.

22. أ- التحقق من أن قيمة لحظة وصول G إلى I هي $t_I = 0,6s$:

$h = DE = y_E - y_D = y_E = y_I = \dfrac{1}{2}g\,t_I^2$ ومنه: $t_I = \sqrt{\dfrac{2.h}{g}} = 0,6s$

ب- حساب قيمة v_I:

لدينا: $\overrightarrow{v_I}\begin{cases} v_{xI} = v_D = 11m\,s^{-1} \\ v_{yI} = g\,t_I = 6m\,s^{-1} \end{cases}$ ومنه: $v_I = \sqrt{v_{xI}^2 + v_{yI}^2} = 12,5m\,s^{-1}$

جـ- تحديد قيمة x_I فاصلة النقطة I: $x_I = x(t_I) = v_D\,t_I = 11 \times 0,6 = 6,6m$

3.2ـ لا تتغير قيمة x_1 لأن: $x_1 = v_D t_1$ أي: $x_1 = v_D \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$

أي فاصلة الطفل لا تتعلق بالكتلة m.

حل التمرين 20

1ـ أـ من أجل: $(n = 1)$:تكون الذرة في حالتها الأساسية.

بـ من أجل: $(n \rangle 1)$: كون الذرة في حالة إثارة.

جـ من أجل $(n = \infty)$: يغادر الإلكترون الذرة و تصبح عبارة عن شاردة.

2ـ أـ الموجة الممتصة، و رتبة مستوى الطاقة الذي ينتقل إليه الإلكترون:

$$E_{rouge} = -3,4 + |\Delta E| = -3,4 + \frac{hc}{\lambda_R} = -1,51 eV$$ أي: $n = 3$ (من المخطط).

$$E_{vert} = -3,4 + |\Delta E| = -3,4 + \frac{hc}{\lambda_v} = -1,01 eV$$ أي: $n = ???$ (لا توجد على المخطط).

ـ نلاحظ أن القيمة الموجودة في المخطط المعطى هي القيمة الأولى فقط إذن الذرة لا تمتص سوى الموجة ذات اللون الأحمر.

بـ الطاقة التي تتعامل معها الذرات هي طاقة مكممة (لها قيم معينة و محددة).

جـ طبيعة الضوء الذي تبينه التجربة: هي الطبيعة الموجية لأن تكميم الطاقة المتبادلة عند الإمتصاص أو الإصدار يوافق امتصاص أو بث إشعاعات موجية بأطوال و تواترات معينة.

3ـ أـ نزول الإلكترون إلى الأسفل يوافقه تناقص في الإثارة و تحرير طاقة أي إصدار فوتون.

بـ حساب تواتر و طول موجه هذا الفوتون:

$$\gamma = \frac{|\Delta E|}{h} = \frac{|1,51 - 0,85| \times 1,6 \times 10^{-19}}{6,62 \times 10^{-34}} = 1,6 \times 10^{14} Hz$$

و $$\lambda = \frac{c}{\gamma} = 1,875 \mu m = 1875 nm$$

جـ هذا الإشعاع غير مرئي لأن: $\lambda \not\subset [400,800] nm$